



Utvecklad undervisning matematik

Vretaskolan 15 juni 2022



Dagens innehåll

- Vad ni läst, prövat, utvärderat och diskuterat
- Geometri
- Tal i bråkform
- Utvärdering
- Inför den fortsatta matematikundervisningen

Uppföljning

Bennet (2015)

Skolverket

Modul: Geometri
Del 1: Didaktisk ämnesanalys

Att undervisa i åk 1 – 3 utifrån en didaktisk ämnesanalys

Christian Bennet, Göteborgs universitet

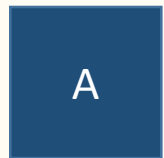
*Om man inte känner till namnen saknar man också kunskap om tingen.
Carl von Linné, Critica Botanica, 1737*

Centralt innehåll ur ett didaktiskt perspektiv

Det centrala innehållet i geometrin för åk 1 – 3 omfattar bland annat grundläggande geometriska objekt som punkter, linjer, sträckor, fyrhörningar, trianglar, cirklar, klot, koner, cylindrar och rätblock. Dessutom ingår geometriska egenskaper hos dessa objekt och deras inbördes relationer. Enligt kursplanen ska eleverna genom undervisning ges förutsättningar att utveckla förtrogenhet med begreppen, resonera kring dem och använda dem för att kunna tolka vardagliga situationer.

Naturligtvis behöver du som lärare, för att uppnå denna målsättning, lägga vikt vid begreppsmässig, eller konceptuell, förståelse. Du utgår från elevernas konkreta verklighet, men ska försöka lyfta deras förståelse av begreppen, deras begreppsuppfattning, till en mer abstrakt nivå. Du bör då själv, förutom att behärska matematiken, kunna analysera denna ur

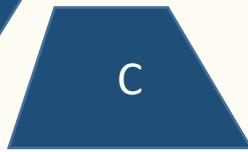
Prövat



kvadrat



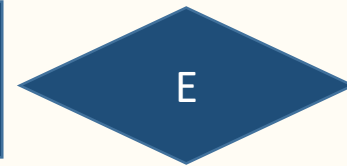
parallelogram



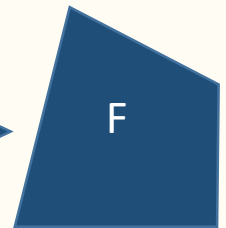
parallell-
trapets



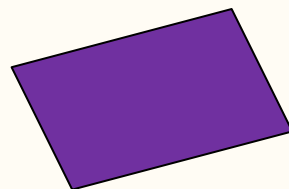
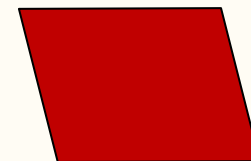
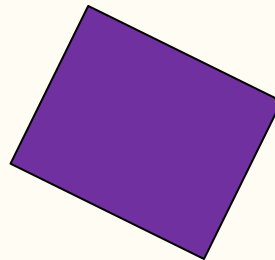
rektangel



romb



fyrhörning





van Hiele (1999)

Geometrisk förståelse sägs utvecklas i en bestämd ordning.

Utmärkande hos nivåerna:

- Det finns en progression
- Beror inte på ålder eller "mognad"
- Låt eleven undersöka geometriska former samt utveckla sitt matematiska språk

Nivå 1: Igenkänning

Nivå 2: Analys

Nivå 3: Abstraktion

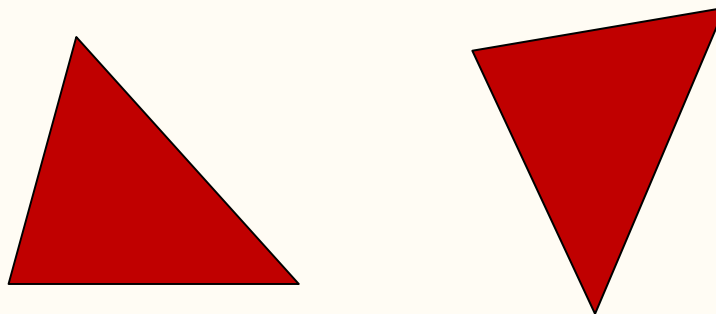
Nivå 4: Deduktion

Nivå 5: Stringens

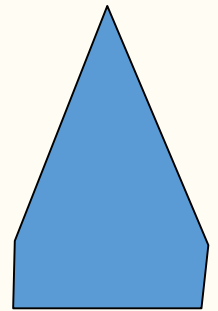
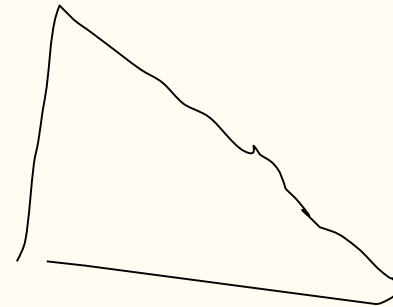
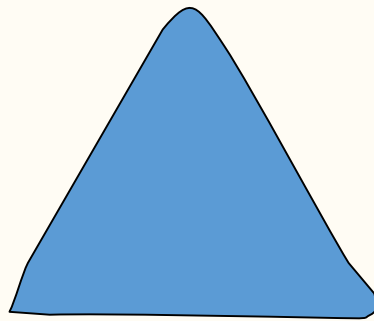
Nivå 1

Igenkänning/Visualisering

- Visuell igenkänning av geometriska figurer, formellt och informellt.
- Eleven ser varje geometrisk figur som en helhet utan egenskaper eller delar.
- Eleven kan utveckla kunskaper om figurers benämning (ex en "cirkel"), men inte kunskaper gällande dess egenskaper (att avståndet från medelpunkten till randen ska vara samma var man än mäter).



Nästan-trianglar



Nivå 2 Analys

- Eleven börjar lägga märke till att olika former har olika egenskaper, delar kan urskiljas; *en kvadrat har fyra hörn*
- Eleven kan förstå att en kvadrat har två parvis parallella sidor samt fyra hörn, men förstår inte sambandet mellan en kvadrat, en rektangel och parallelogram.
- De två första nivåerna innebär därmed att eleven fokuserar på inre dimensioner (*inom objekt*)



kvadrat



parallelo-
gram-



rektangel

Nivå 3 Abstraktion

- Eleven kan identifiera relationer både *inom* och *mellan* figurer t.ex. relationen mellan parallelogram och rektangeln.
- Inser vikten av korrekta definitioner
- Inom nivå 3 har språket större betydelse än i tidigare nivåer, eftersom nivån har en mer abstrakt karaktär. Kan bedöma om upplysningar är överflödiga



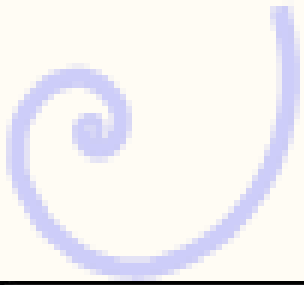
kvadrat



parallelo-
gram

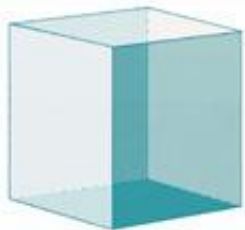


rektangel



PLATONSKA KROPPARNA

Jorden



Kub

6 kvadrater.
12 sido-bas-kanter
8 hörn

Vinkeln mellan ytorna är 90 grader

Elden



Tetraeder

4 liksidiga trianglar
6 sido-bas-kanter
4 hörn

Vinkeln mellan ytorna
70,53 grader

Vattnet



Ikosaeder

20 liksidiga trianglar
30 sido-bas-kanter
12 hörn

Vinkeln mellan ytorna
138,19 grader

Luften



Oktaeder

8 liksidiga trianglar
12 sido-bas-kanter
6 hörn

Vinkeln mellan ytorna
109,47 grader

Etern



Dodekaeder

12 femhörningar
30 sido-bas-kanter
20 hörn

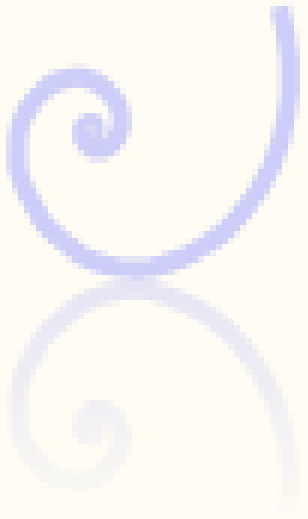
Vinkeln mellan ytorna
116,57 grader

Själen

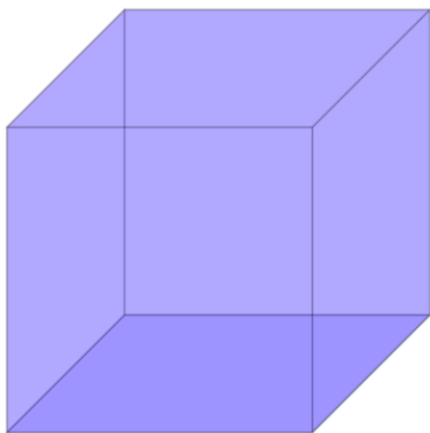


Sfär

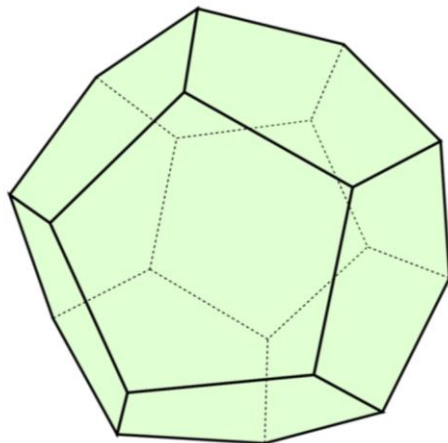
Ett oändligt antal punkter med konstant avstånd (radien) från sfärens centrum.
Arean = $4 \cdot \pi \cdot r^2$
Volymen = $4 \cdot \pi \cdot r^3 / 3$



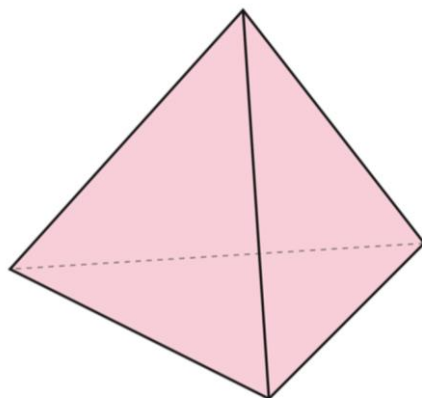
Hexaeder



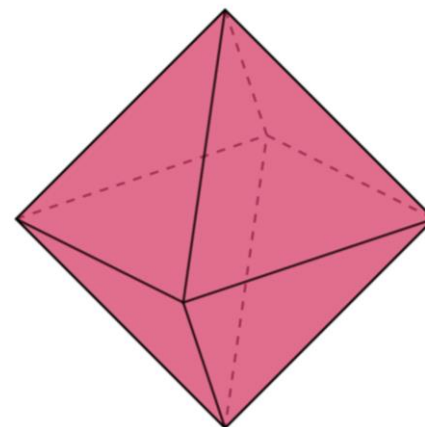
Dodekaeder



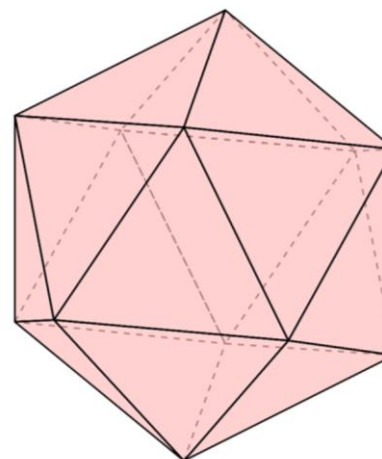
Tetraeder



Oktaeder

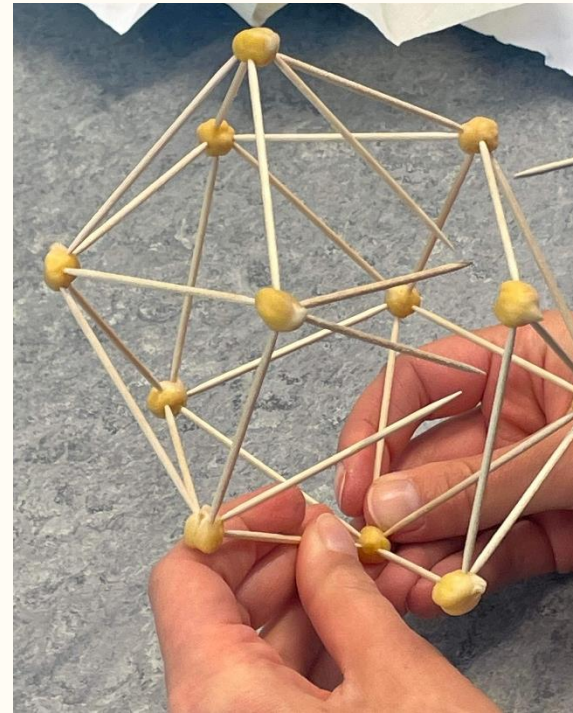


Ikosaeder



Workshop & bensträckare

Uppföljning 10:00



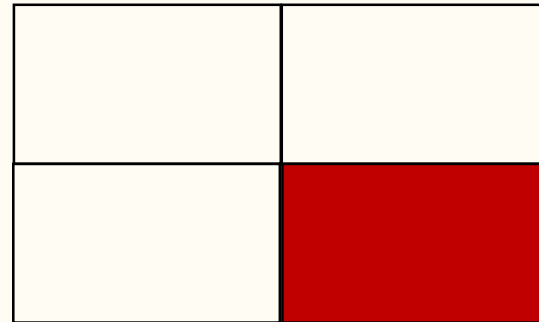
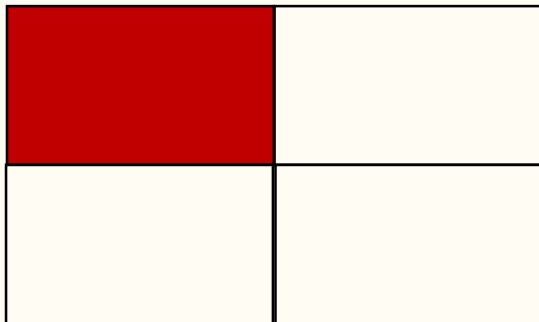


Tal i bråkform

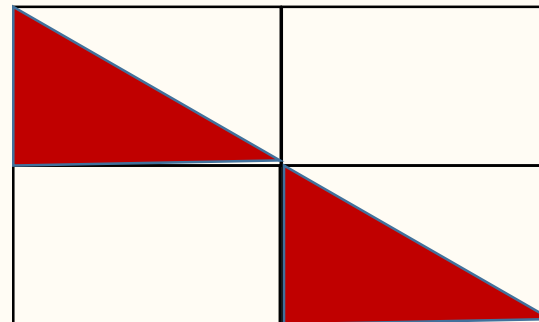
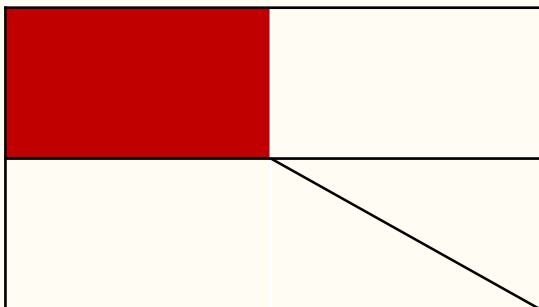
Lgr 11 & Lgr22

- Del av helhet och del av antal. Hur delarna kan benämnas och uttryckas som enkla bråk samt hur enkla bråk förhåller sig till naturliga tal.
- Naturliga tal och enkla tal i bråkform och deras användning i vardagliga situationer.

Hur tal i bråkform kan uppfattas



$$\frac{1}{4}$$



Hur tal i bråkform kan uppfattas



$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{7}$$

$$0,9 \approx 1,0$$

$$\frac{1}{9} \approx 1,0$$

Tal som enheter

$$3 \text{ bananer} + 5 \text{ bananer} = 8 \text{ bananer}$$

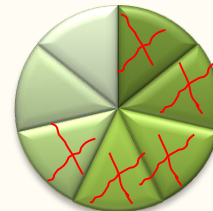
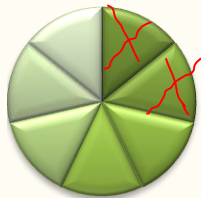
$$3 \text{ kilometer} + 5 \text{ kilometer} = 8 \text{ kilometer}$$

$$3\ 000 + 5\ 000 = 3 \text{ tusen} + 5 \text{ tusen} = 8 \text{ tusen} = 8\ 000$$

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = 2 \text{ sjundedelar} + 3 \text{ sjundedelar} = 5 \text{ sjundedelar} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} \neq \frac{5}{14}$$

Markera två stycken sjundedelar... ...markera ytterligare tre stycken sjundedelar



$$\frac{5}{14}$$

RB5 med Verktyg för bråkräkning

1 a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$ _____ b) $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} =$ _____ c) $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} =$ _____

2 a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} =$ _____ b) $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$ _____ c) $1 - \frac{3}{4} =$ _____

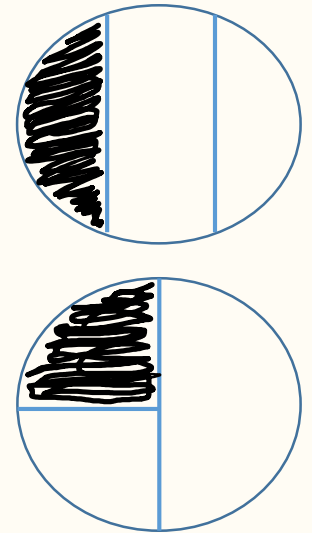
3 a) $3 \cdot \frac{1}{5} =$ _____ b) $2 \cdot \frac{2}{5} =$ _____ c) $4 \cdot \frac{1}{3} =$ _____

4 a) $\frac{2}{3} / 2 =$ _____ b) $\frac{4}{5} / 2 =$ _____ c) $\frac{3}{4} / 3 =$ _____

5 a) $1 / \frac{1}{2} =$ _____ b) $1 / \frac{1}{3} =$ _____ c) $\frac{2}{3} / \frac{1}{3} =$ _____

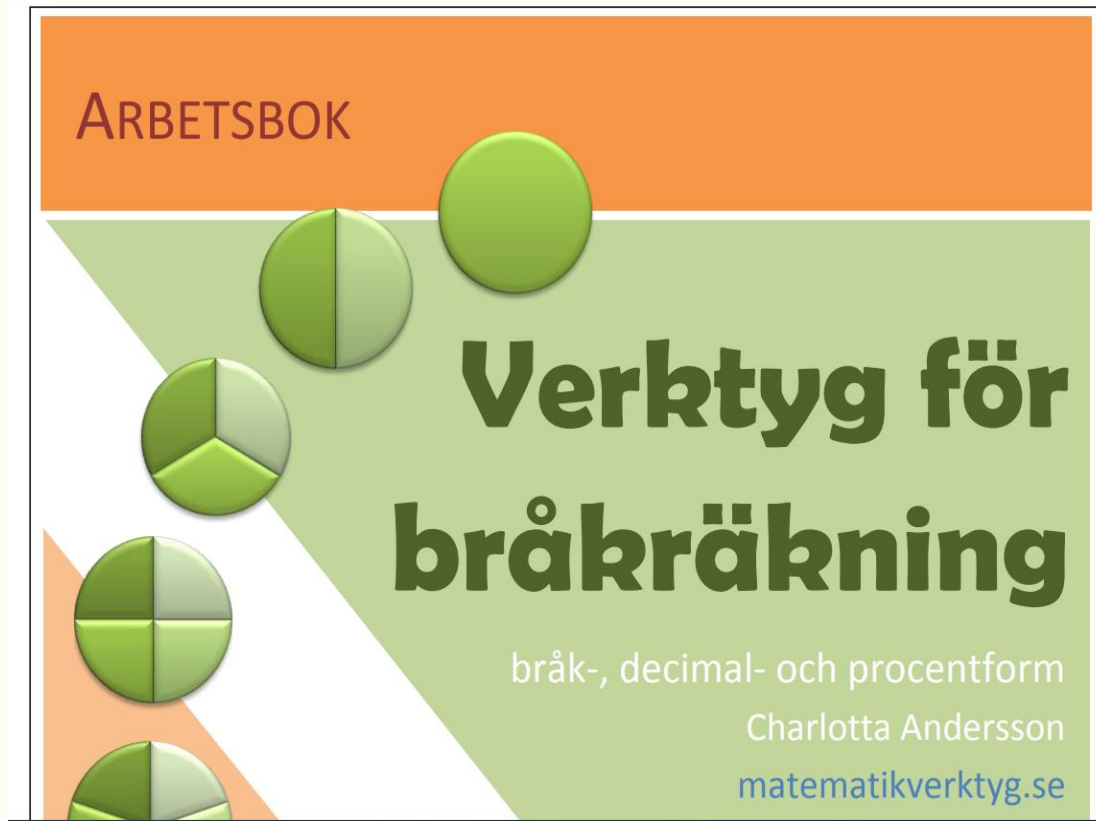
Kritiska aspekter

- Delarna ska vara lika stora
- Ett bråk kan skrivas på flera olika sätt
- Behandling av bråktal vid jämförelse
- Täljaren och nämnarens innebörd
- Att summan av alla delar motsvarar helheten
- En helhet kan anta olika värden
 - Även en 'halv' pizza kan utgöra helheten
- En tredjedel versus den tredje delen



$$\frac{3}{12} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{6}{7} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{3}$$

Hur möjliggöra?





Tal i bråkform som...

2
—
5

- a) ...ett **tal**
- b) ...en del av en **helhet**
- c) ...en del av ett **antal**
- d) ...metaforen **division**
- e) ...en **andel**
- f) ...beskriver **proportion**
- g) ...anger **skala**
- h) ...anger **förhållande**

Division eller tal i bråkform?

$$8 / 9$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ | \\ 9 \end{array}$$

division

bråk

$$\frac{8}{9} = \frac{8}{9}$$

Samband mellan tal i bråkform

bråkstaken

$\frac{1}{1} = 1$									
$\frac{1}{2}$					$\frac{1}{2}$				
$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$			
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$	
$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

(Andersson, 2011)



Storleksordna tal i bråkform

$$\frac{8}{9}$$

$$\frac{7}{8}$$

$$\frac{5}{3}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{7}$$

$$\frac{1}{6}$$



Finns det någon enskild framgångsfaktor som är extra viktig?

- a) Litteratur/artiklar
- b) Avsatt tid för läsning/förberedelser
- c) Antal tillfällen/mellanträffar per termin
- d) Upplägg (teori, workshop, diskussioner)
- e) Antal terminer/år
- f) Min inställning till insatsen
- g) Lokal organisation (mellanträffar, lokal samtalsledare)
- h) Rektorns inställning
- i) Valt matematiskt innehåll
- j) Möjlighet till fika inför ett tillfälle
- k) Inlagda pauser under ett tillfälle



Förslag på fortsatt utvecklingsarbete

Några tankar från oss...

- Fokusera på ett gemensamt beslutat område som berör er alla
- Sätt ord på den röda tråden
- Finn kritiska aspekter
- Planera tillsammans, filma lektionen, utvärdera tillsammans
- Auskultera hos varandra (med specifikt förutbestämt fokus, avrunda tillsammans efteråt)



Tack för de här åren
och lycka till med den
fortsatta
matematikundervisningen!



charlotta.andersson@pedagogdirekt.se
jane.tuominen@pedagogdirekt.se