

Förkunskapernas betydelse i matematikundervisningen

Norrtälje
26 maj 2014

Madeleine Löwing

Matematik är ett kommunikationsmedel

I många situationer används matematiska modeller för att få svar på frågor och vi behöver ofta kvantifiera för att förmedla olika budskap. För matematikern, statistikern, ingenjören och ekonomen är matematikens ord, siffror och formler lika självklara verktyg som hammare, såg och hyvel är för snickaren eller symaskin, nål och sax för sömmerskan.

Ingenjören och ekonomen till exempel, visar de matematiska formlernas relevans varje dag i sina beräkningar.

Läraren har en viktig roll i undervisningen

Niss (1994) betonar lärarens viktiga roll i skolans matematikundervisning:

"As the learning of mathematics does not take place spontaneously and automatically, mathematics needs to be taught."

Kilpatrick m.fl (2001) framhåller på motsvarande sätt att
"What is learned depends on what is taught"

John Hattie (2009) lägger med devisen

"Know thy impact" (var medveten om din påverkan) över ansvaret för elevernas resultat på lärarna.

Lektion i årskurs 8

Uppgiften: *Skriv i $\frac{7}{4}$ som procent.*

- L Kan du skriva den som blandad form?
E Ääh, ...en hel och tre fjärdedelar.
L Ja, en hel och tre fjärdedelar. Kan du skriva den som decimal form nu?
E En komma tre.....
L Tre fjärdedelar hur mycket blir det?
E Ääh.
L Hm... Vad ser du här?
E Att hundra delat på fem är 20 gånger.
L Om du skall göra samma sak här?
E Hundra delat på fyra?
L Hur mycket är det?
E Ääh...tr.....
L Hälften av hundra hur mycket är det?
E 50.
L Och hälften av 50?
E Ja vänta nu, öh vad heter det 25.
L Ja och den gånger den?

E ---
L Nej, kom igen nu!
E Ja men.....
L Det är cirka tjugofemöringar och tjugofem vad som helst. 25 plus 25
hur mycket är det?
E 25 plus 25?
L Hm.
E 50.
Loch 25?
E Va?
L Plus 25.
E Jaha, är 75
L Ja alltså det här blir lika med?
E 75.
L 75 ... Tänk så här först, vi har en hel. ... sen 75,.....,och om du skriver
den i procent, hur mycket blir det?
E 175
L Har du fattat?
E Ja.

Utvärdering - diagnostik

The teachers should use assessment to "keep learning on track"

- To be formative, feedback needs to contain an implicit or explicit recipe for future action
- An assessment *monitors learning* to the extent that it provides information about whether the student, class, school. or system is learning or not,
- it *is diagnostic* to the extent that it provides information about what is going wrong and
- it *is formative* to the extent that it provides information about what to do about it.

Researchers now have hard empirical evidence that learning does lead to higher achievement when using assessment.

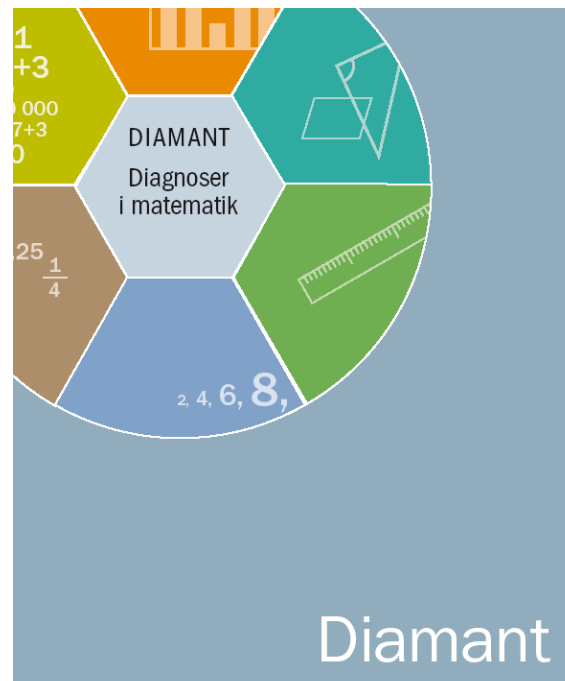
(Dylan Wiliam, 2008)

DIAMANT

- **NaTionella DIAGnoser i Matematik**

Ett diagnosmaterial i matematik för skolåren årskurs F- 9

Anpassat till Lgr 11



www.skolverket.se/diamant

Syften med Diamantdiagnosen

Diagnosmaterialet är ett bedömningsstöd som ska hjälpa dig att:

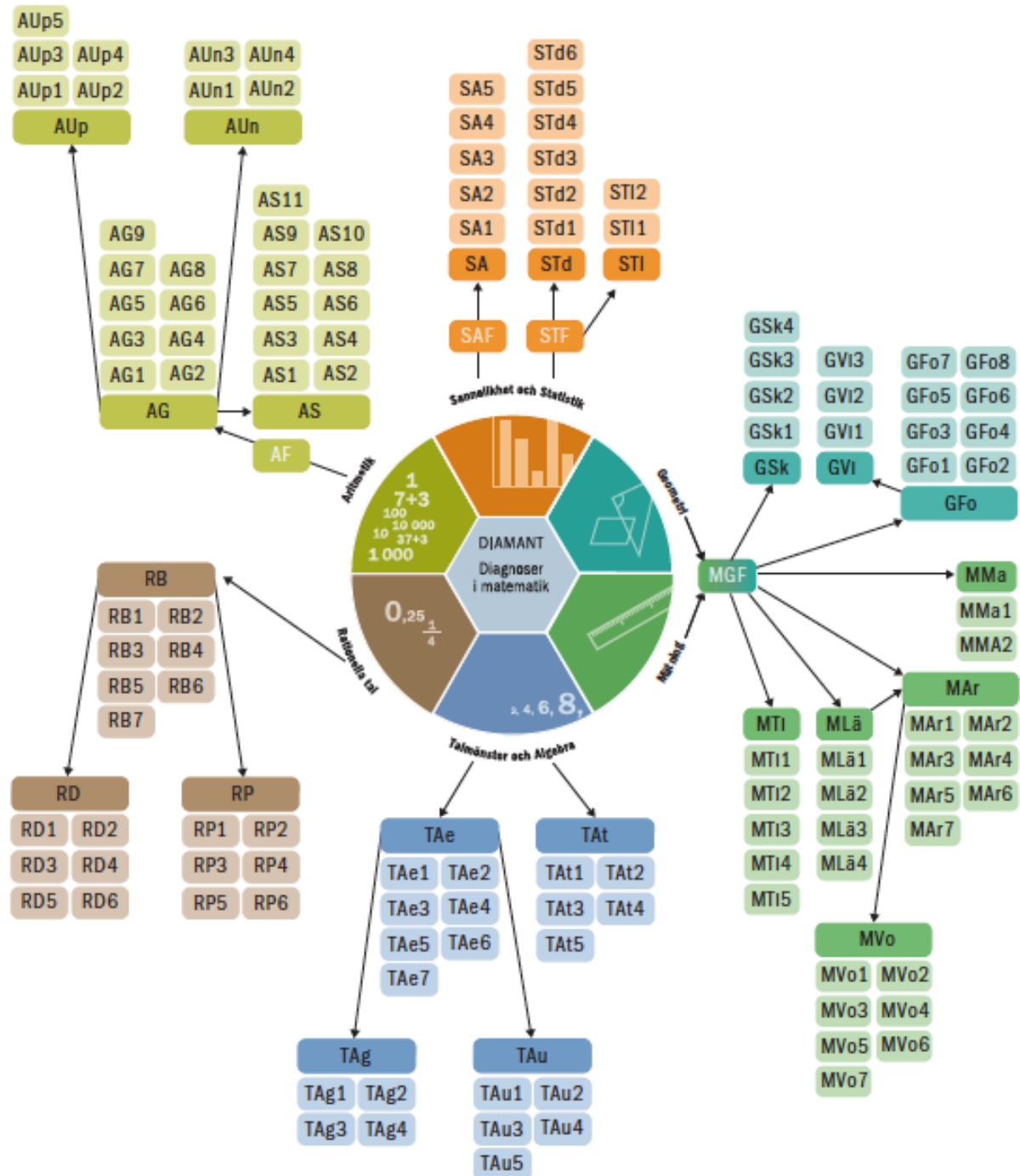
- följa elevernas kunskapsutveckling inom olika delar av matematikämnet.
- planera undervisningen på lång och kort sikt och utgöra ett underlag för individualisering.
- skapa goda förutsättningar för eleverna att utveckla de kunskaper och förmågor som kursplanen beskriver.

Därigenom blir det möjligt för eleverna få kontinuitet i inlärningen och därmed ökade möjligheter att på ett bra sätt nå kunskapskraven i matematik.

Diamantmaterialalets uppbyggnad

6	Områden	Sammanställning av alla diagnoserna för att få överblick.
22	Delområden	
127	Diagnoser	Strukturscheman över hela Områden och över varje Delområden
	Till varje Område och Delområde finns Didaktiska kommentarer	Utvecklingscheman till varje elev uppbyggda enligt strukturscheman. Syftet: Du och eleven ska kunna följa elevens kunskapsutveckling
	Till varje diagnos finns beskrivning av uppgifterna, genomförande och facit	Vetenskaplig beskrivning
	Resultatblanketter till varje diagnos	

Strukturschema



Bedömningsstöd

Avgränsningar: Diamant mäter inte elevens problemlösningsförmåga. Diagnoserna testar den "verktygslåda" eleven har i form av grundläggande begrepp och metoder för beräkningar alltså förutsättningarna för att kunna lösa matematiska problem.

Mitt motto är: "När en diagnos genomförs ska alltid resultatet vara utgångspunkt för åtgärdsarbete."

Detta överensstämmer väl med det omfattande ramverk för formativ bedömning som Wiliam och Thompson (2007) beskriver och som omfattar tre centrala processer:

nämligen att fastställa

- var eleven befinner sig i sin kunskapsutveckling,
- Vilka målen är och
- vilket innehåll eleven behöver förstå för att nå målen.

Syftet med matematikundervisningen, Lgr 11

Genom undervisningen i ämnet matematik ska eleverna ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att

- *formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,*
- *använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,*
- *välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,*
- *föra och följa matematiska resonemang, och*
- *använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.*

Kunskaperna som testas med Diamant skapar förutsättningar för eleverna att utveckla sina förmågor.

Möjligheterna att utveckla de förmågor som beskrivs i kursplanen är helt beroende av kunskaper inom det centrala innehållet.

Eleverna måste alltså **behärska**

- **strategier** för att kunna **värdera** dem.
- **begrepp** och kunna se **samband** för att kunna **analysera** dem.
- **olika metoder för bräkningar** för att kunna **resonera** om dem eller **uttrycka** dem.

Att behärska det som beskrivs i centralt innehåll är alltså en förutsättning för att eleven ska kunna uttrycka, utveckla eller öva sina förmågor.

Förkunskaper

If I had to reduce all of educational psychology to just one principle, I would say this:

The most important factor influencing learning is what the learner already knows. Ascertain this and teach him accordingly.

(Ausubel, 1968)

Är det viktigt att behärska den grundläggande matematiken?



Matematik ..., en abstrakt och generell vetenskap för problemlösning och metodutveckling. ... (NE)

Genom skolans matematikundervisning ska eleven lära sig abstrahera matematiska idéer och operationer på ett sådant sätt att hon kan generaliseras till nya talområden och lösa problem av olika slag, i olika situationer.

Den moderna västerländska kulturen kräver en hög nivå av abstrakt tänkande och vi måste därför tidigt uppmuntra barn till detta abstrakta tänkande. Det är lärarens uppgift att hjälpa barnet vidare i hans eller hennes tankeutveckling. (Doverborg & Pramling Samuelsson, 2006)

Grundtankar vid konstruktion

Teoretiska utgångspunkter:

- Teori för ämnesinnehållet,

Didaktiska ämnesanalyser som bildar utgångspunkten för en didaktisk ämnesteorier för matematikundervisning

- Teori för hur diagnoserna byggs upp

Diagnosen får bara mäta en kvalitet i sänder och fokuserar på förkunskaper.

- God validitet, mäter det den avser att mäta
- God reliabilitet, tydligt hur en uppgift ska bedömas.

Ett nationellt diagnosinstrument måste vara oberoende av lärares val av undervisningsmetoder

Didaktisk ämnesanalys

Didaktisk ämnesanalys av ett innehåll kan göras på olika nivåer, på hela områden eller på enskilda uppgifter.

Vilket är målet? Tolka det Centrala innehållet i kursplanen och formulera mål.

- Bryt ner målet till delmål.
- Gör kriterieuppgifter.
- Hur hänger de olika kriterieuppgifterna samman?
- Vilka förkunskaper krävs?
- Vad innebär det att behärska räkning med tal i bråkform?
- Vilken struktur har ämnesinnehållet
- Kan man konkretisera ämnesinnehållet och i så fall hur?
- Hur vet man att ett mål är uppnått?

Resultatet av en didaktiska ämnesanalyser kan beskrivas i strukturscheman som visar en förkunskapsstruktur.

Genom vårt forskningsarbete har vi kunnat beskriva olika avgörande steg (delkunskaper) som eleven behöver förstå för att på sikt behärska till exempel bråkbegreppet. Dessa steg måste därför synliggöras i undervisningen.

1. Beräkna

a. $3^2 = \dots\dots\dots$

b. $2^5 = \dots\dots\dots$

c. $5^0 = \dots\dots\dots$

2. Skriv utan potenser

a. $5 \cdot 10^2 = \dots\dots\dots$

b. $4 \cdot 10^{-3} = \dots\dots\dots$

c. $3,2 \cdot 10^4 = \dots\dots\dots$

3. Beräkna

a. $(3 + 2)^2 = \dots\dots\dots$

b. $3 + 3^2 = \dots\dots\dots$

c. $(-3)^{-2} = \dots\dots\dots$

4. Förenkla

a. $2^2 \cdot 2^3 = \dots\dots\dots$

b. $5 \cdot 5^7 = \dots\dots\dots$

b. $3^0 \cdot 3^2 = \dots\dots\dots$

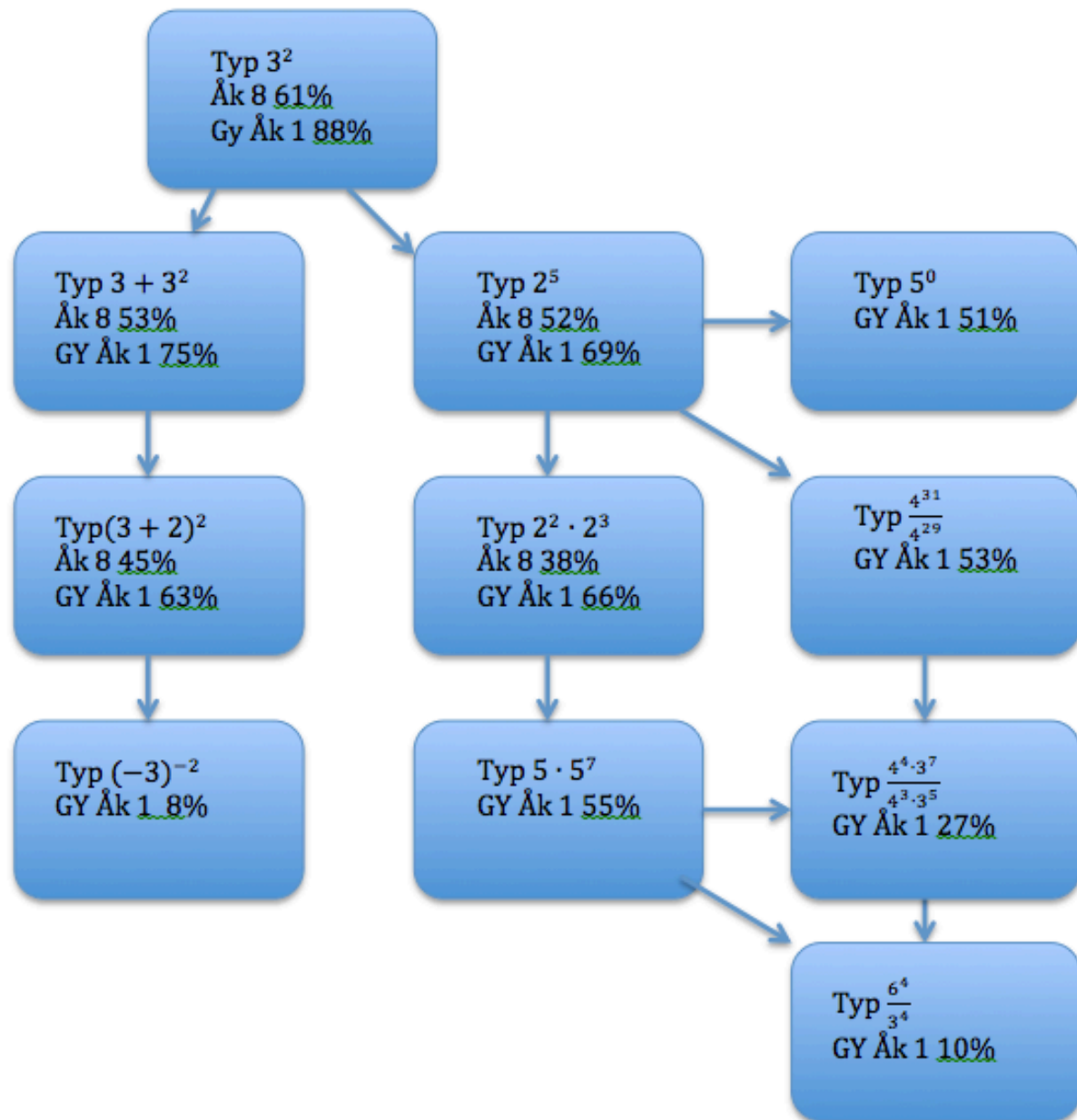
5. Beräkna

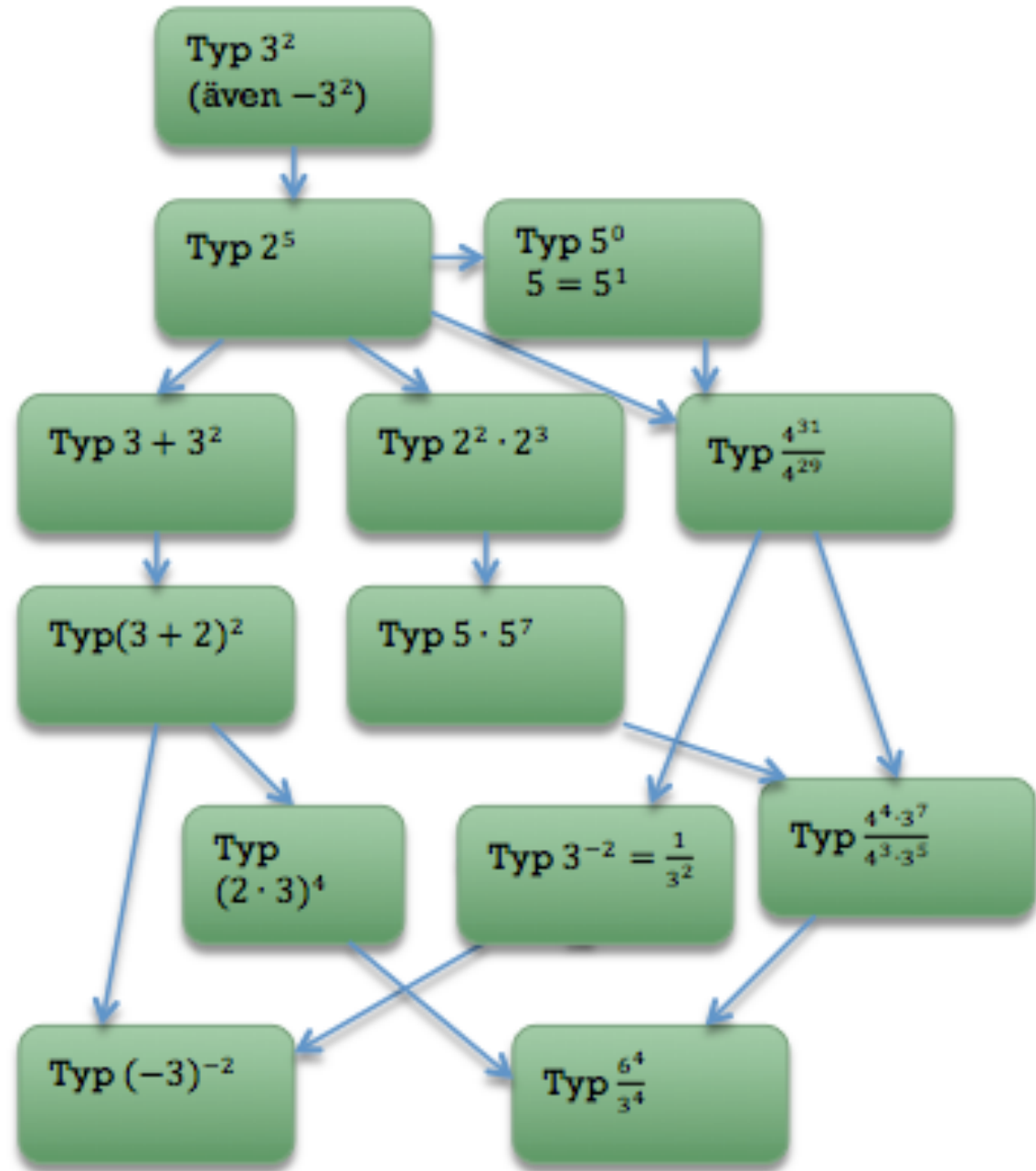
a. $\frac{4^{31}}{4^{29}} = \dots\dots\dots$

b. $\frac{4^4 \cdot 3^7}{4^3 \cdot 3^5} = \dots\dots\dots$

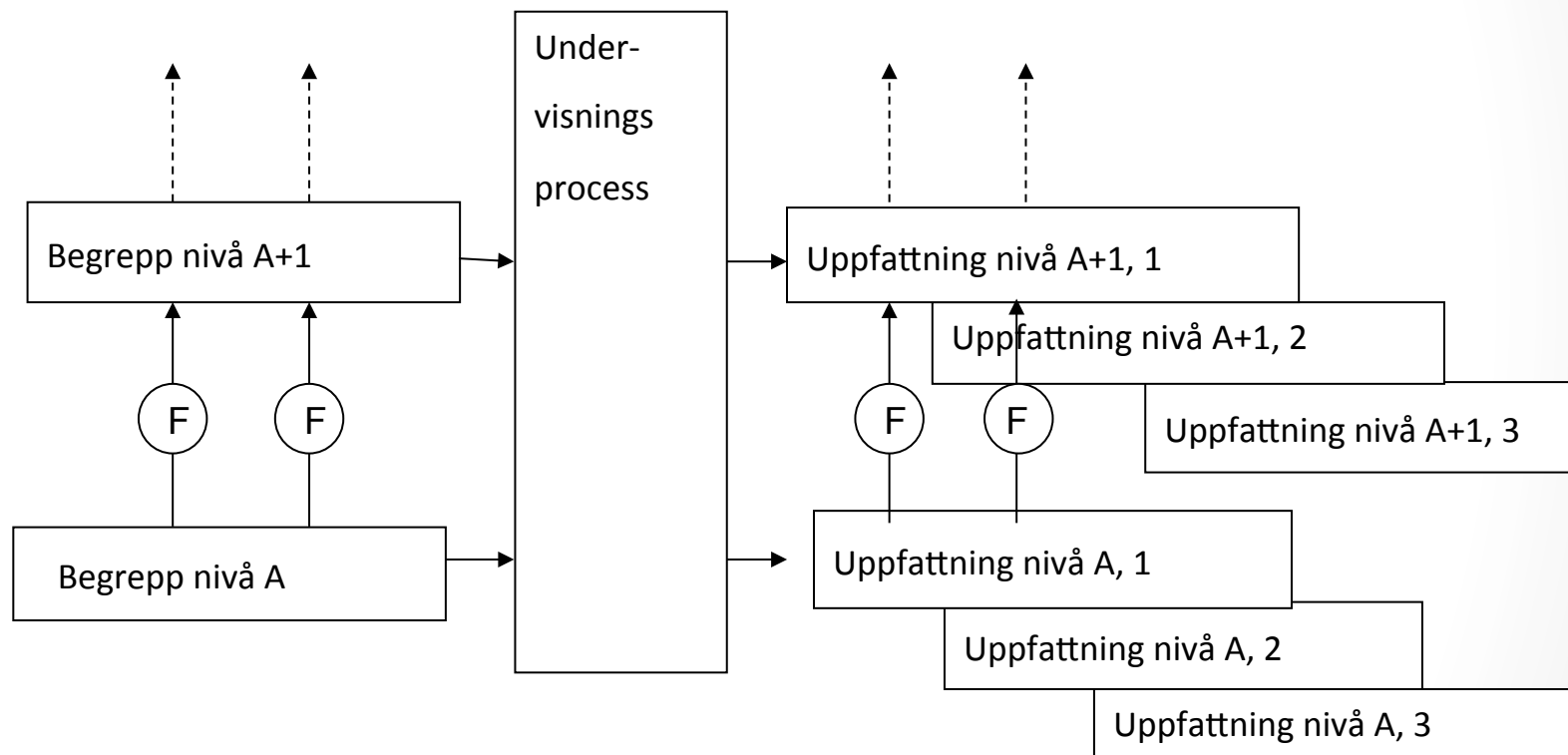
c. $\frac{6^4}{3^4} = \dots\dots\dots$

Utprövning en viktig del
i konstruktionsarbetet.
Många lärare har hjälp
oss kloka synpunkter.
Tack!

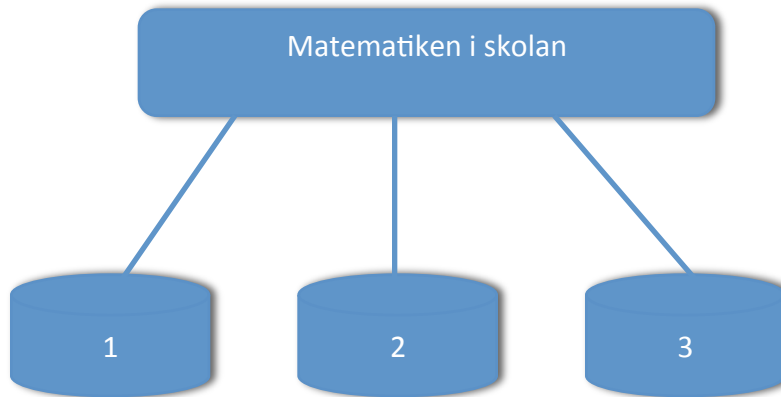




Matematiska begrepp och elevers uppfattningar



Inom matematiken finns en inbyggd struktur. Begrepp och färdigheter synliggörs med hjälp av didaktisk ämnesanalys



Matematikinnehållet kan presenteras på olika sätt
(Inlärningsteorier, abstraktionsnivå)

och undervisas på olika sätt.
(arbetsform, arbetssätt)

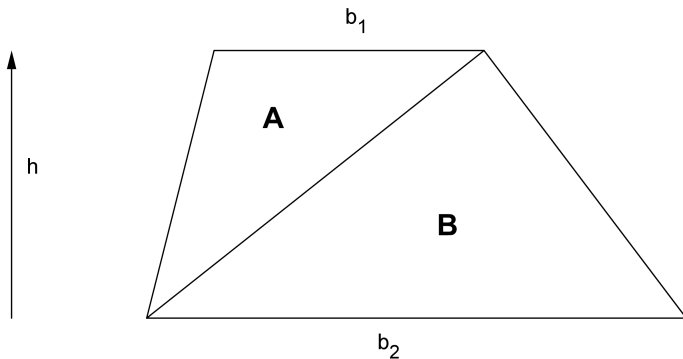
Olika elever uppfattar innehållet på olika.

Utvärdering handlar om att ta reda på om eleverna har uppfattat
begreppen på ett adekvat och generaliserbart sätt.

Matematiken är hierarkisk, men inte linjär

- Du kan välja olika metoder, men varje metod har sin förkunskapsstruktur.
- Varje steg i en sådan kunskapsstruktur måste grundas i förståelse
- Med hjälp av DIAMANT kan man analysera om eleverna har adekvata förkunskaper för kommande undervisning och om de nått en förståelse.

Parallelltrapets



Begrepp som eleven bör behärska:

Parallelltrapets, Sida, Höjd, Normal, Trianglar, Area, Bas, Vinkelrät, Diagonal, Parallell och ??

Algebra:

Uttryck , variabel

Distributiva lagen, kommutativa lagen ex.
 $3a + 4a = a(3 + 4)$

Beräkningar

$$A = \frac{b_1 \cdot h}{2}, \quad B = \frac{b_2 \cdot h}{2}$$

$$A + B = \frac{b_1 \cdot h}{2} + \frac{b_2 \cdot h}{2}$$

$$\text{Parallelltrapetsets area } \frac{h \cdot (b_1 + b_2)}{2}$$

Tänk igenom: Vilka svårigheter kan uppstå? Var brukar eleverna fastna.

Hur löser du de här uppgifterna?

1. $7,2 - 3,9 =$

2. $1,56 - 0,57 =$

3. $9 \cdot 1,5 =$

4. $0,7 \cdot 50 =$

5. $10,05 / 5 =$

6. $5 / 0,1 =$

Lösningsförslag!!

1. $7,2 - 3,9 =$

Lika tillägg, differensen samma

$$(7,2 + 0,1) - (3,9 + 0,1) = 7,3 -$$

4 (åk7)57%, (åk8) 62%

3. $9 \cdot 1,5 =$

$$9 \cdot (1 + 0,5) = 9 + 4,5$$

Distributiva lagen 65%, 65%

5. $10,05 / 5 =$

Delningsdivision

$$(10 + 0,05) / 5 = 10/5 + 0,05/5$$

$$= 2 + 0,01 \quad 50\%, 51\%$$

2. $1,56 - 0,57 =$

Uppdelning av tal

$$1,56 - (0,56 + 0,01) = 1,56 - 0,56 - 0,01 = 1 - 0,01 = 0,99$$

4. $0,7 \cdot 50 =$

Uppdelning av tal, kommutativa- och associativa lagen.

$$0,7 \cdot (5 \cdot 10) = 0,7 \cdot (10 \cdot 5) = (0,7 \cdot 10) \cdot 5 = 7 \cdot 5 \quad 52\%, 53\%$$

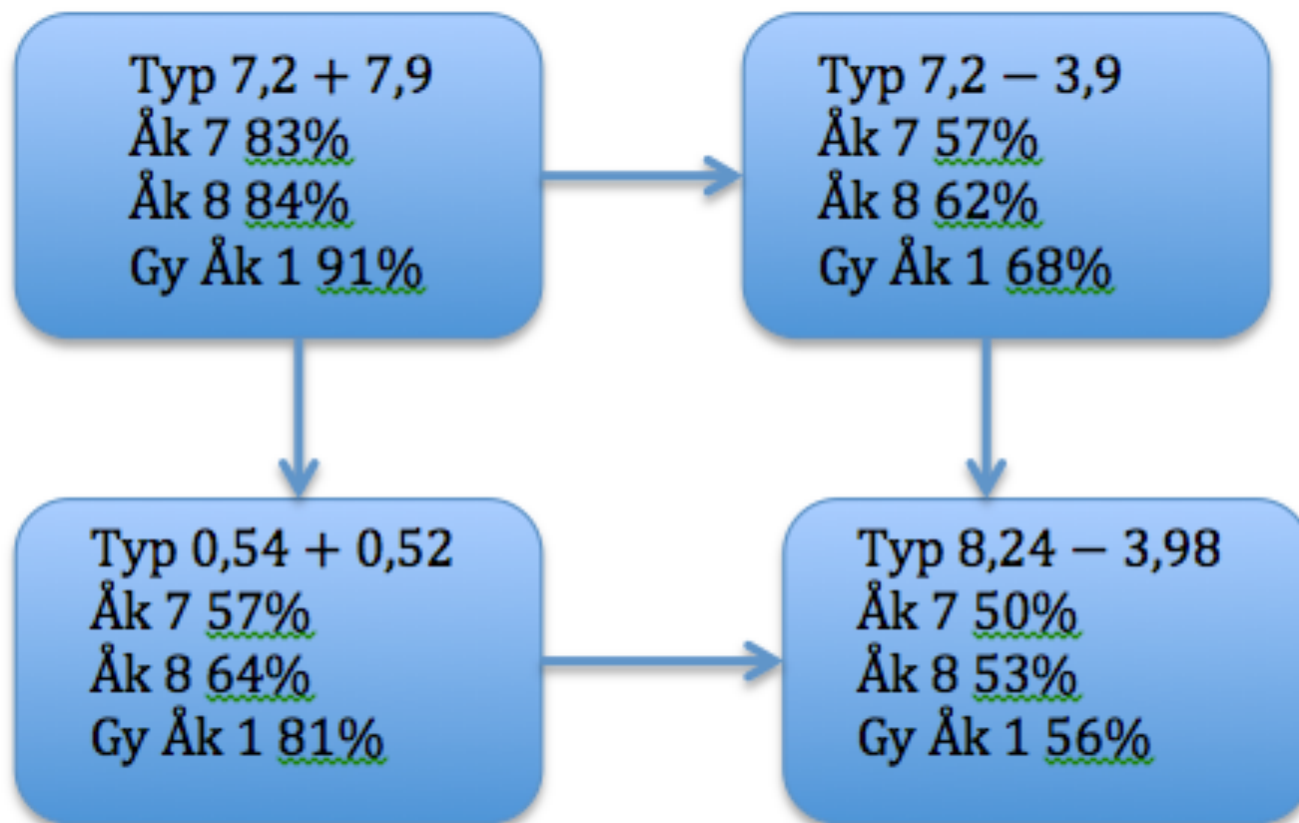
6. $5 / 0,1 =$

Innehållsdivision

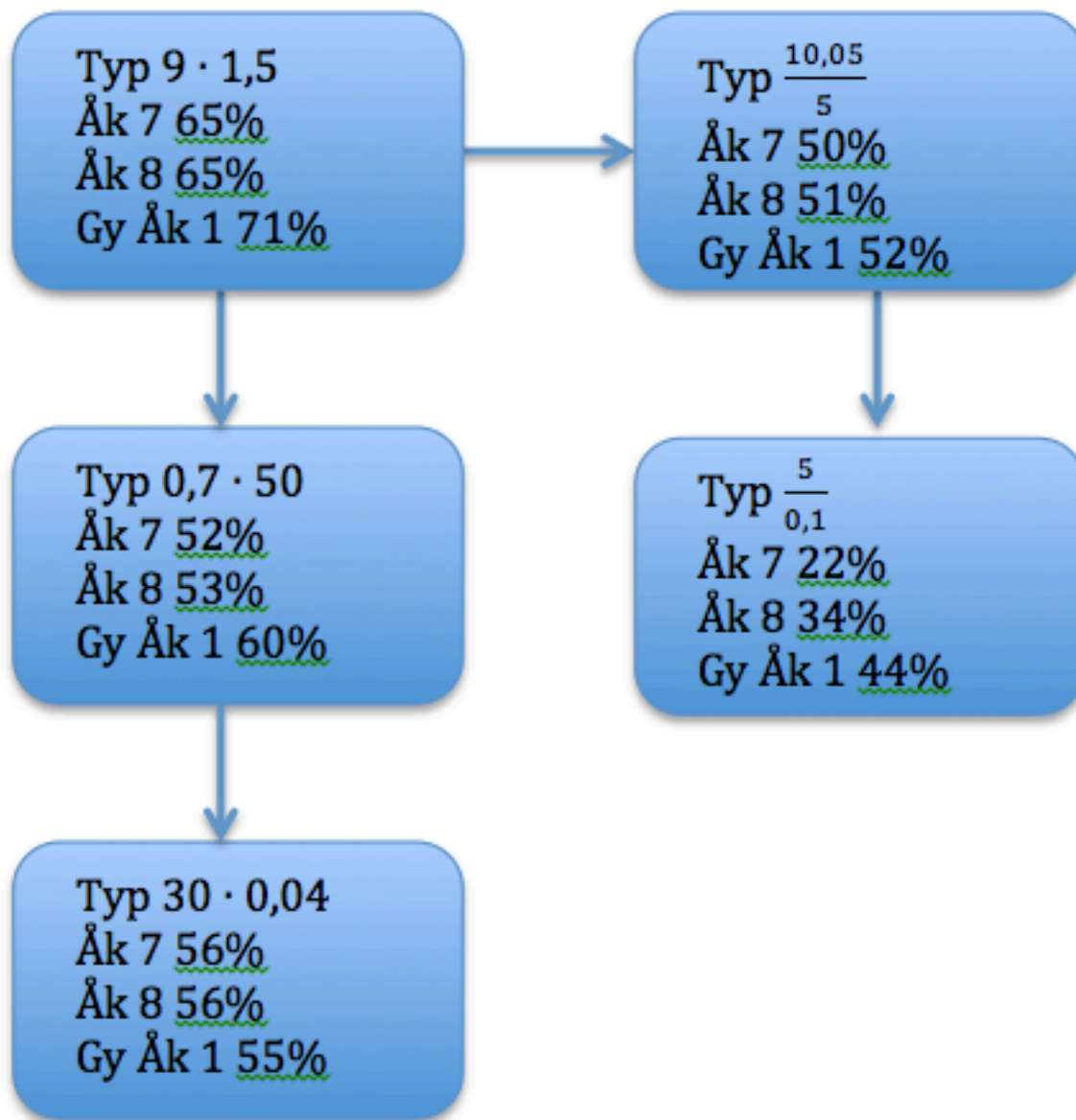
$$1 / 0,1 = 10 \quad 5 \cdot 10 = 50$$

22%, 34%

Antal elever
ca 2500 i årskurs 7
och 8
ca 1500 i
Gy årskurs 1 alla
kurser



Antal elever
ca 2500 i
årskurs 7 och 8
ca 1500 elever i
Gy årskurs 1 alla
kurser

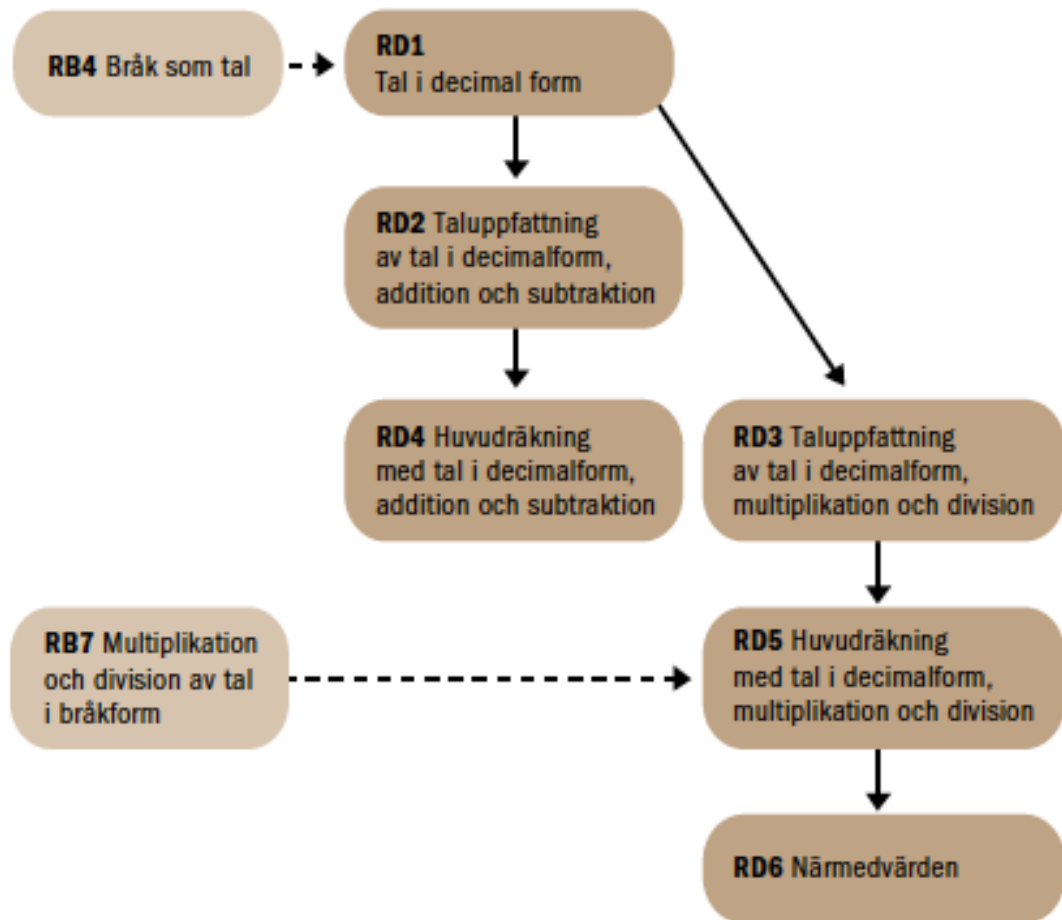


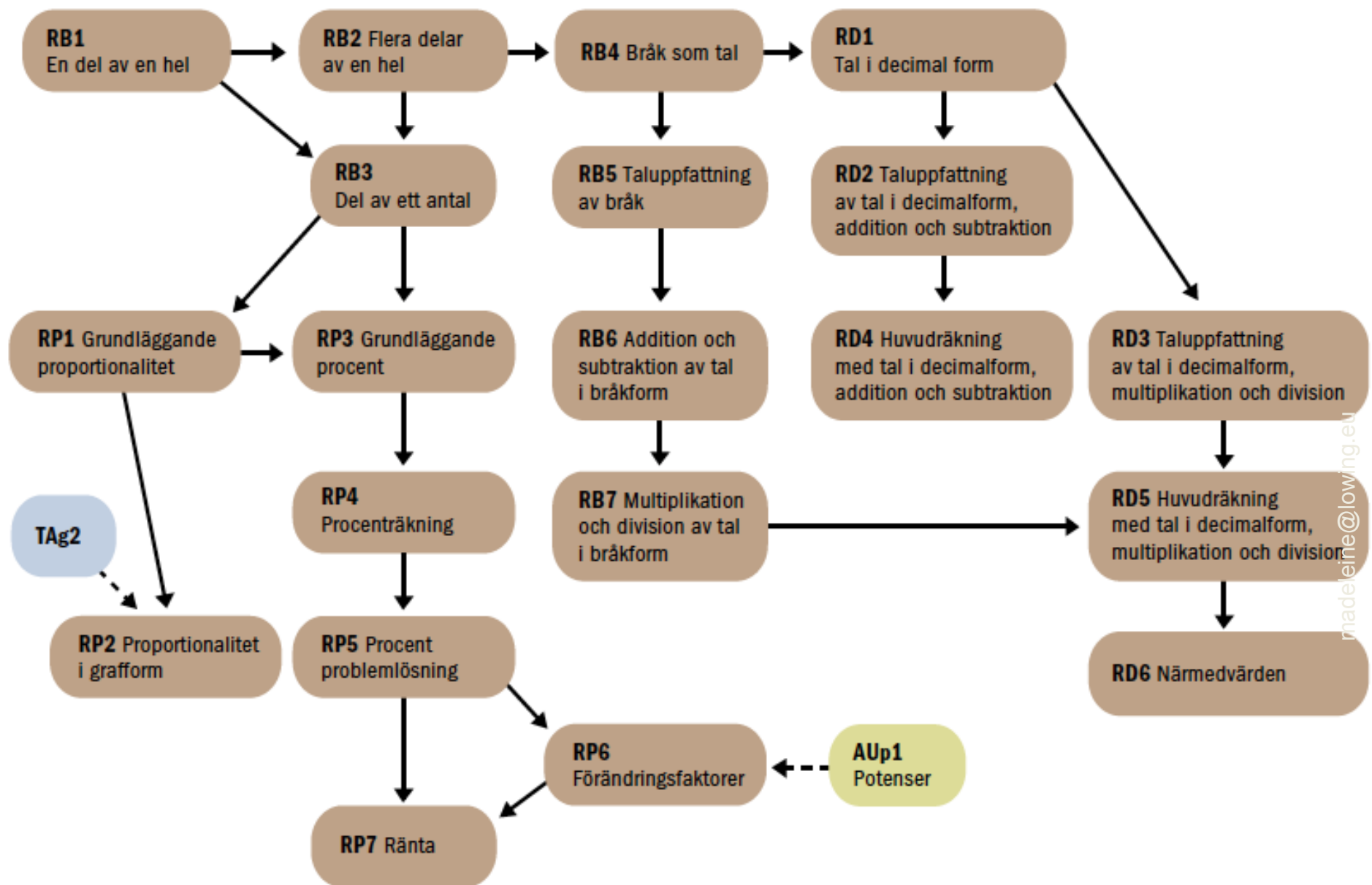
Matematikens struktur

Matematik består inte av en rad löst sammanfogade moment. Momenten är istället sammanlänkade och bygger på ett antal gemensamma räknelagar, räkneregler och begrepp

Varje moment kan i allmänhet behandlas på olika sätt och förstås på olika kognitiva nivåer. Men målet, det som skall abstraheras, är detsamma.

Hur de olika diagnoserna är kopplade till varandra framgår av de strukturscheman som inleder respektive område och delområde.





Tal i bråkform

Bråkets olika aspekter

- ett tal,
- en del av en hel,
- en del av ett antal,
- en andel,
- en proportion,
- ett förhållande,
- skala.

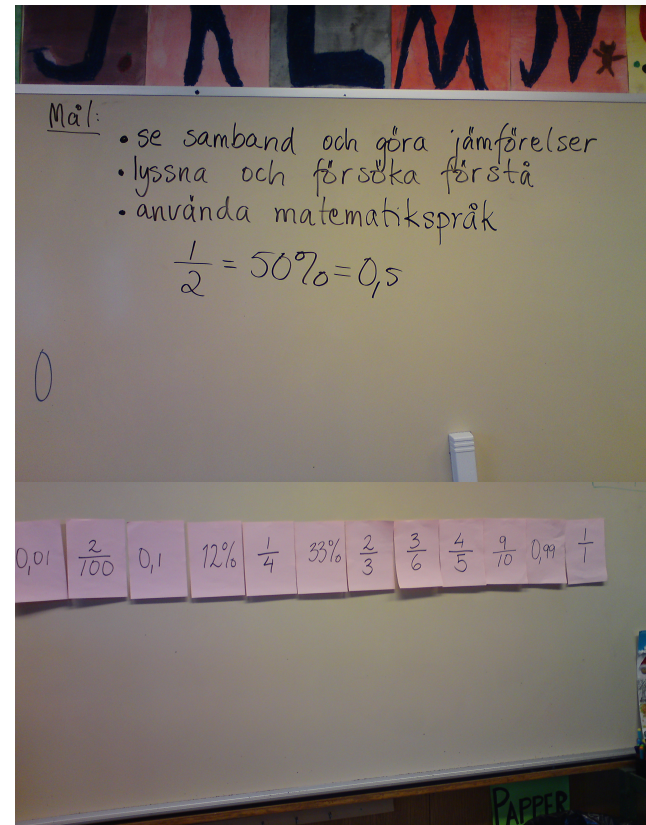
Förkunskaper för att kunna börja att operera med bråk

- Nämnarens innebörd
- Täljarens innebörd
- Varje tal i bråkform kan skrivas på oändligt många sätt.

Dessutom bör eleverna behärska de fyra räknesätten och räknelagarna

$1/2 = 50\% = 0,5$

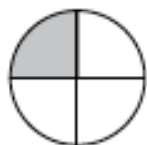
- Att jämföra $1/2$, 50% och $0,5$ är olyckligt,
- Talen $0,5$ och $1/2$ uppfattas som tal.
- Talet $1/2$ kan också tolkas som en andel, nämligen 1 av 2 eller 50 av 100 dvs. $50/100$.
- 50% är däremot inte ett tal utan enbart en andel och ger ett tal först när man tar 50% av något.
 - 50% av en hel är lika med $1/2$
 - 50% av 4 är lika med 2.



DIAGNOS RB1

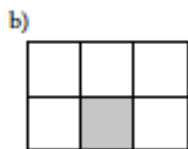
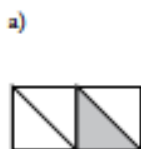
Namn _____ Klass _____

1 Hur stor del av figuren är skuggad?

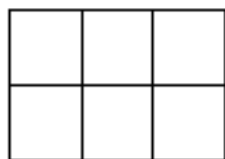


a) _____ b) _____ c) _____

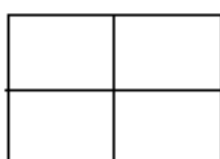
2 Ringa in alla figurer där en fjärdedel är skuggad.



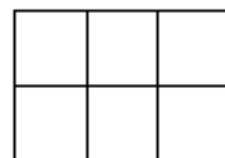
3 a) Skugga en sjättedel av figuren.



b) Skugga en fjärdedel av figuren.

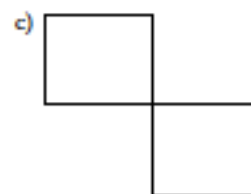
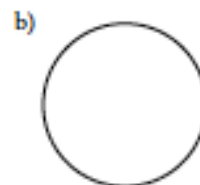
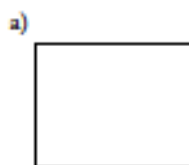


c) Skugga en tredjedel av figuren.



DIAGNOS RB1

4 Skugga en fjärdedel av dessa figurer.

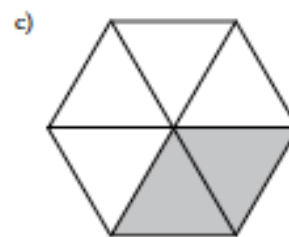
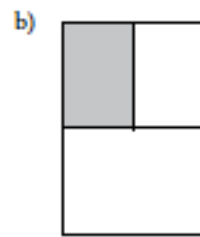
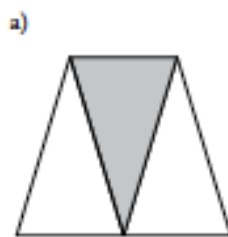


5 Skriv med siffror (i bråkform)

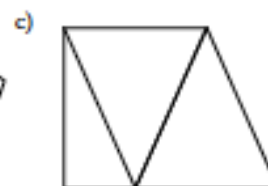
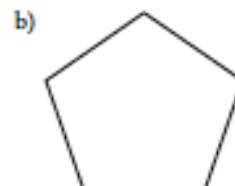
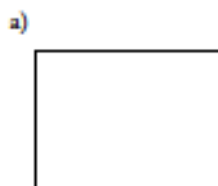
a) en tredjedel _____ b) en halv _____

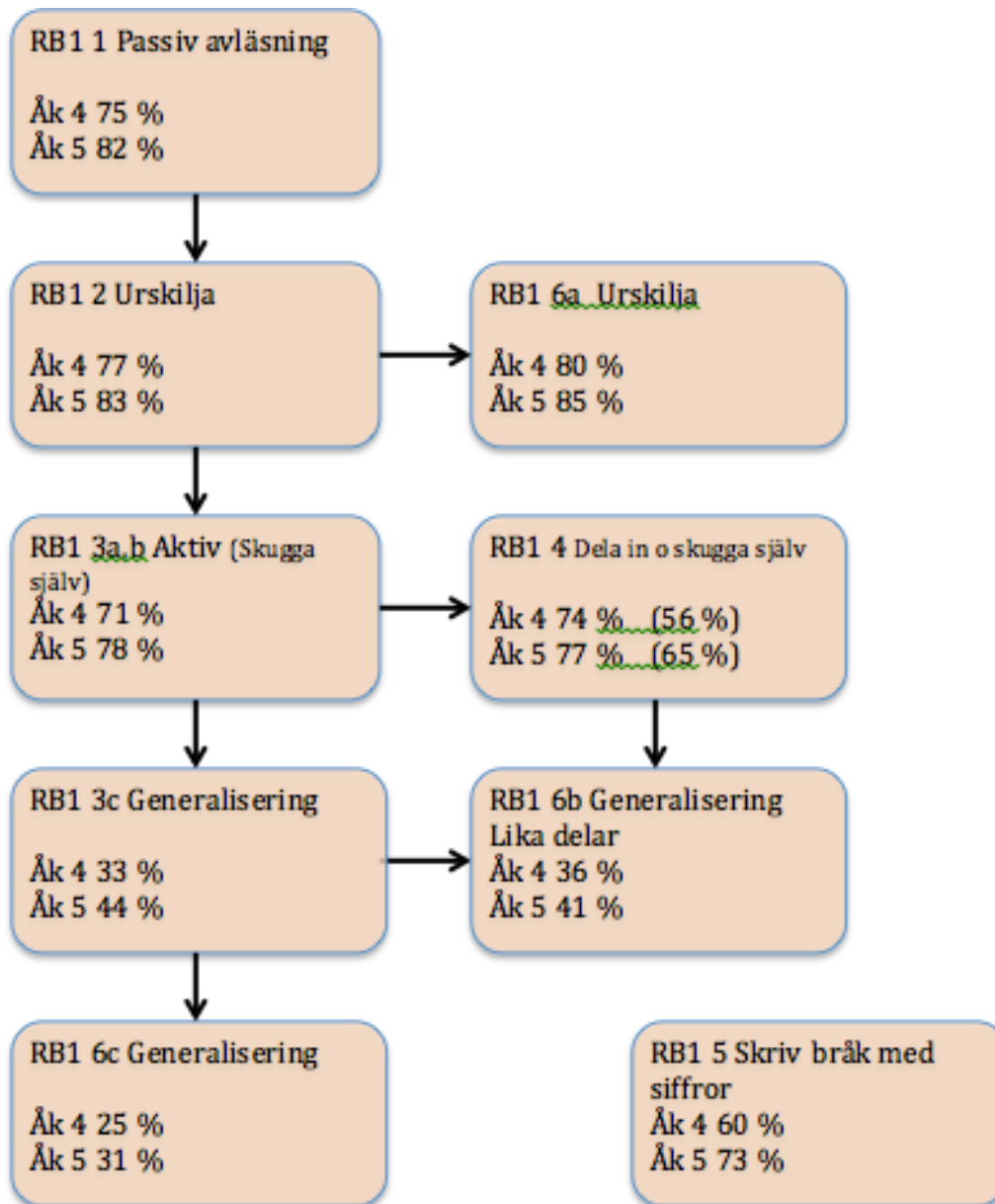
c) en sjättedel _____ d) en fjärdedel _____

6 Ringa in alla figurer där $\frac{1}{3}$ är skuggad?



7 Skugga $\frac{1}{5}$ av följande figurer.





Diagnos 2

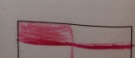
1 Måla halva ($\frac{1}{2}$) objektet.



2 Måla en tredjedel ($\frac{1}{3}$) av objektet.



3 Måla en fjärdedel ($\frac{1}{4}$) av objektet.



4 Skriv summan.

$$24 + 2 = \underline{26} \quad 3$$
$$34 + 4 = \underline{38} \quad 7$$

5 Skriv färdigt additionen.

$$\underline{55} = 52 + 3 \quad 7$$
$$\underline{47} = 46 + 1 \quad 8$$

6 Skriv summan.

$$45 + 30 = \underline{75} \quad 52$$
$$66 + 20 = \underline{86} \quad 72$$

7 Skriv färdigt additionen.

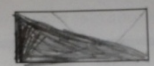
$$\underline{58} = 25 + 30 \quad 67$$
$$\underline{66} = 16 + 50 \quad 92$$

1 Hela cirkeln är röd. Du skriver 1.

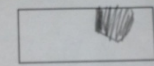
2 En tredjedel av cirkeln är röd. Du skriver $\frac{1}{3}$.

3 En fjärdedel av cirkeln är röd. Du skriver $\frac{1}{4}$.

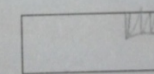
Måla $\frac{1}{2}$ av varje.



Måla $\frac{1}{3}$ av varje.

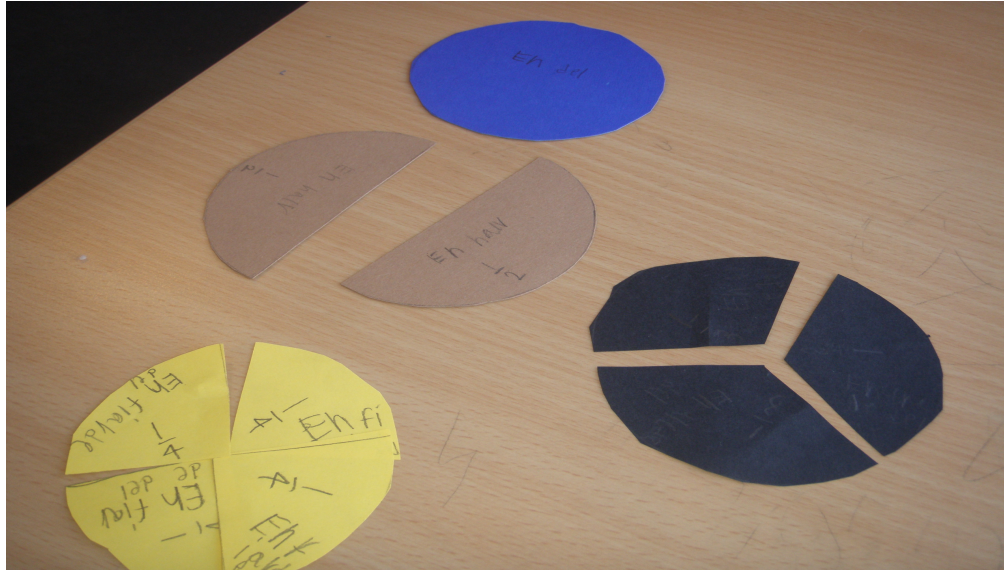


Måla $\frac{1}{4}$ av varje.



Variation - av vad?

Utvecklingsbart och generaliserbart.



"Är det bara pizzor man kan dela?"

Materialet begränsar möjligheten till variation av ett antal aspekter av bråkbegreppet.

Generaliserad förståelse

L: Hur många tredjedelar är en hel?

E: 3 tredjedelar

L: hur många fjärdedelar?

E: fyra fjärdedelar.

E: ...och tolv tolvdelar

E: ...och miljoner miljondelar.....

L: ja men sådana delar har vi inte så det kan vi inte göra...



Formativ bedömning och generaliserad förståelse

Uppgift (Åk 7):

Av talen 6, 9 och 15 kan man bilda sex olika bråk, vilket är

a) minst

b) störst

En elevgrupp redovisar vid tavlan, beskriver att de hade tänkt via decimalform.

Annan elev: 15 är minsta delen och ju mindre delar där nere (nämnaren), desto mindre är bråket. Har man då få sådana bitar (litet tal i täljaren) så måste det vara minst. Alltså är sex femtondelar minst eftersom det är färre än nio femtondelar. Ju större delar (litet tal i nämnaren) och ju fler av dessa man tar desto större blir talet. Alltså femton sjättedelar är störst.

Läraren säger så kan man också tänka och går vidare.

2. $\frac{6}{9}$ $\frac{9}{6}$ $\frac{15}{6}$ $\frac{15}{9}$ $\frac{9}{15}$ $\frac{6}{15}$

3 Svar: $\frac{1}{5} = \frac{5}{25}$ $\frac{1}{5} = 0,2$

varför: $\frac{1}{4}$ är större, inte mindre

$\frac{1}{6}$ är mindre, inte större,

$\frac{5}{25}$ är däremot samma.

0,2

Behöver vi bråk i dagens samhälle?

Allt fler läromedel undviker att operera med bråk.

Additionen $2/5 + 1/4$ skrivs om i decimalform som $0,40 + 0,25 \approx 0,65$.

Från en intervju i årskurs 8

$$3/4 \cdot 2/5 = 0,75 \cdot 0,40 = \text{????}$$

Därmed missar eleverna ett verktyg för problemlösning och även en nödvändig förkunskap för att arbeta med algebra.

Diagnoserna i grundläggande aritmetik

Elever behöver grundläggande matematikkunskaper för att lösa uppgifter/ problem dessa utgör nödvändiga ”verktyg”. Dessutom krävs flyt i hanterandet av de olika ”verktygen”. Det ska inte behöva gå åt mycket tankekraft för att använda rätt begrepp eller utföra beräkningar och förenklingar.

Det är samma sak som att kunna läsa.

När du läser en ny intressant artikel så är du fokuserad på innehållet och **inte** på att du **kan läsa** eller **hur man gör**. Läsandet är endast ett redskap för att läsa texter och därigenom få ny information.

För många elever upptar tankar kring begrepp och beräkningar så stor del av deras arbetsminne att deras möjlighet att lösa den aktuella matematikuppgiften eller problemet blir små.

Aritmetikdiagnoserna är uppbyggda så att de speglar de vanligaste strategierna som kan användas för att arbeta med olika uppgiftstyper. Diagnoserna mäter alltså förståelse och om eleven kan abstrahera.

DIAGNOS AG1

Namn _____ Klass _____

1a

$6 + 1 = _$

$6 + 2 = _$

$4 + 2 = _$

$8 + 1 = _$

$1 + 7 = _$

$2 + 7 = _$

1b

$9 - 1 = _$

$8 - 2 = _$

$7 - 2 = _$

$6 - 1 = _$

$9 - 8 = _$

$8 - 6 = _$

2a

$4 + 4 = _$

$3 + 5 = _$

$3 + 3 = _$

$5 + 4 = _$

$4 + 5 = _$

$4 + 3 = _$

2b

$9 - 4 = _$

$6 - 3 = _$

$7 - 4 = _$

$9 - 5 = _$

$8 - 4 = _$

$7 - 3 = _$

3a

$4 + _ = 9$

$2 + _ = 8$

$3 + _ = 7$

$5 + _ = 8$

$1 + _ = 7$

$3 + _ = 9$

3b

$8 - 2 + _$

$9 - 7 + _$

$7 - 2 + _$

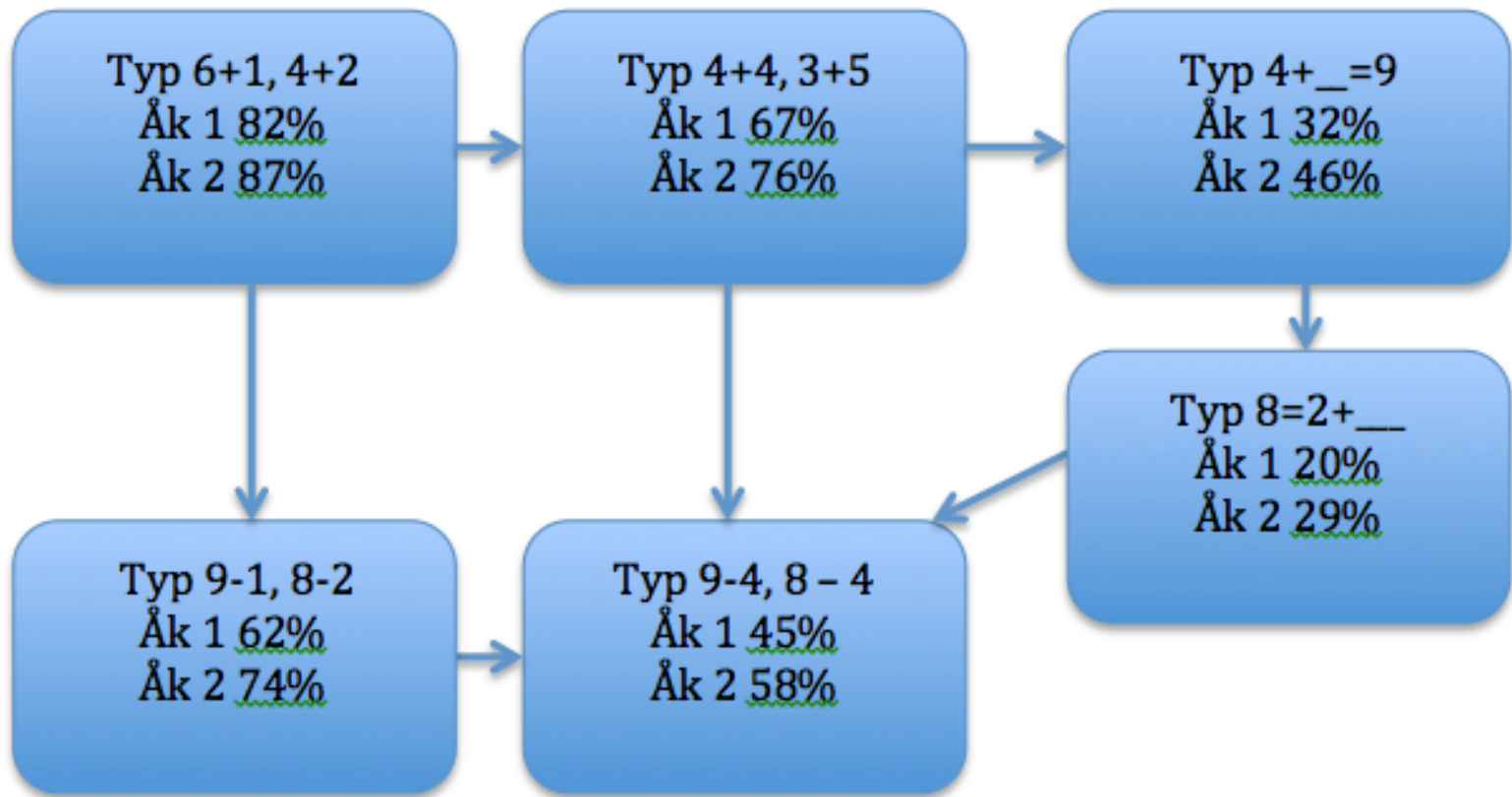
$9 - 5 + _$

$9 - 3 + _$

$7 - 4 + _$

AG1

Resultat ca 5000 elever



Grundläggande aritmetik. AG1

Följande figur kan illustrera en rad olika räkneoperationer



Den kan tolkas som

$$3 + 2 = 5, \quad 2 + 3 = 5$$

$$5 - 3 = 2, \quad 5 - 2 = 3$$

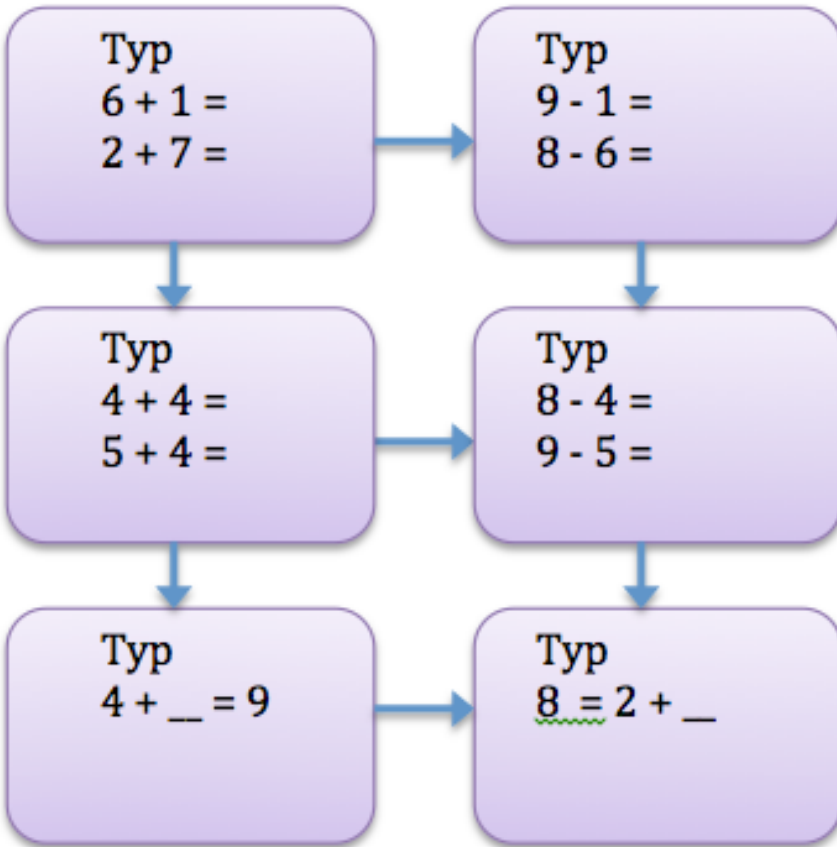
$$5 = 3 + 2, \quad 5 = 2 + 3$$

eller som

$$3 + \underline{\quad} = 5, \quad 2 + \underline{\quad} = 5$$

$$5 = 3 + \underline{\quad}$$

OSV....



Taluppfattning handlar om känsla för hur talen är uppbyggda, direkt utan att reflektera, kunna operera med talen

behärska talens ordning och dess grannar

- $6 + 1 = 7$ eftersom 7 är talet efter 6
- $8 - 1 = 7$ eftersom 7 är talet före 8
- $8 - 7 = 1$ eftersom talen 7 och 8 är grannar
- $36 + 1 = 37$ eftersom 37 är talet efter 36

OSV....

behärska positions-systemet med basen 10 samt 10 tals- och 100 tals-övergångar

- 18 betyder $10 + 8$
- 35 betyder $3 \cdot 10 + 5$
- $99 + 2 = 101$
- $101 - 2 = 99$

Additionstriangel 1

1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8
2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8
3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6	3+7	3+8
4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6	4+7	4+8
5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	5+6	5+7	5+8
6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6	6+7	6+8
7+1	7+2	7+3	7+4	7+5	7+6	7+7	7+8
8+1	8+2	8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8

Additionstriangel 2

1+11	1+12	1+13	1+14	1+15	1+16	1+17	1+18
2+11	2+12	2+13	2+14	2+15	2+16	2+17	
3+11	3+12	3+13	3+14	3+15	3+16		
4+11	4+12	4+13	4+14	4+15			
5+11	5+12	5+13	5+14				
6+11	6+12	6+13					
7+11	7+12						
8+11							

Additionstriangel 3

10+1	10+2	10+3	10+4	10+5	10+6	10+7	10+8	10+9
11+1	11+2	11+3	11+4	11+5	11+6	11+7	11+8	
12+1	12+2	12+3	12+4	12+5	12+6	12+7		
13+1	13+2	13+3	13+4	13+5	13+6			
14+1	14+2	14+3	14+4	14+5				
15+1	15+2	15+3	15+4					
16+1	16+2	16+3						
17+1	17+2							
18+1								

DIAGNOS AG1

Namn _____ Klass _____

1a

$6 + 1 = _$

$6 + 2 = _$

$4 + 2 = _$

$8 + 1 = _$

$1 + 7 = _$

$2 + 7 = _$

1b

$9 - 1 = _$

$8 - 2 = _$

$7 - 2 = _$

$6 - 1 = _$

$9 - 8 = _$

$8 - 6 = _$

2a

$4 + 4 = _$

$3 + 5 = _$

$3 + 3 = _$

$5 + 4 = _$

$4 + 5 = _$

$4 + 3 = _$

2b

$9 - 4 = _$

$6 - 3 = _$

$7 - 4 = _$

$9 - 5 = _$

$8 - 4 = _$

$7 - 3 = _$

3a

$4 + _ - 9$

$2 + _ - 8$

$3 + _ - 7$

$5 + _ - 8$

$1 + _ - 7$

$3 + _ - 9$

3b

$8 - 2 + _$

$9 - 7 + _$

$7 - 2 + _$

$9 - 5 + _$

$9 - 3 + _$

$7 - 4 + _$

Namn _____ Klass _____

1a

$10 + 7 = _$

$10 + 6 = _$

$4 + 10 = _$

$8 + 10 = _$

$10 + _ - 13$

$2 + _ - 12$

1b

$18 - 10 = _$

$15 - 10 = _$

$16 - 6 = _$

$18 - 8 = _$

$14 - _ - 10$

$19 - _ - 9$

2a

$17 + 1 = _$

$15 + 2 = _$

$12 + 5 = _$

$11 + 8 = _$

$1 + 16 = _$

$2 + 14 = _$

2b

$19 - 1 = _$

$18 - 2 = _$

$17 - 12 = _$

$16 - 11 = _$

$19 - 18 = _$

$18 - 16 = _$

3a

$14 + 3 = _$

$13 + 5 = _$

$3 + 13 = _$

$5 + 14 = _$

$14 + 5 = _$

$4 + 13 = _$

3b

$19 - 4 = _$

$16 - 3 = _$

$17 - 4 = _$

$19 - 15 = _$

$18 - 14 = _$

$17 - 12 = _$

4a

$14 + _ - 19$

$2 + _ - 18$

$13 + _ - 17$

$5 + _ - 18$

$11 + _ - 17$

$3 + _ - 19$

4b

$18 - 3 + _$

$19 - 16 + _$

$15 - 2 + _$

$18 - 13 + _$

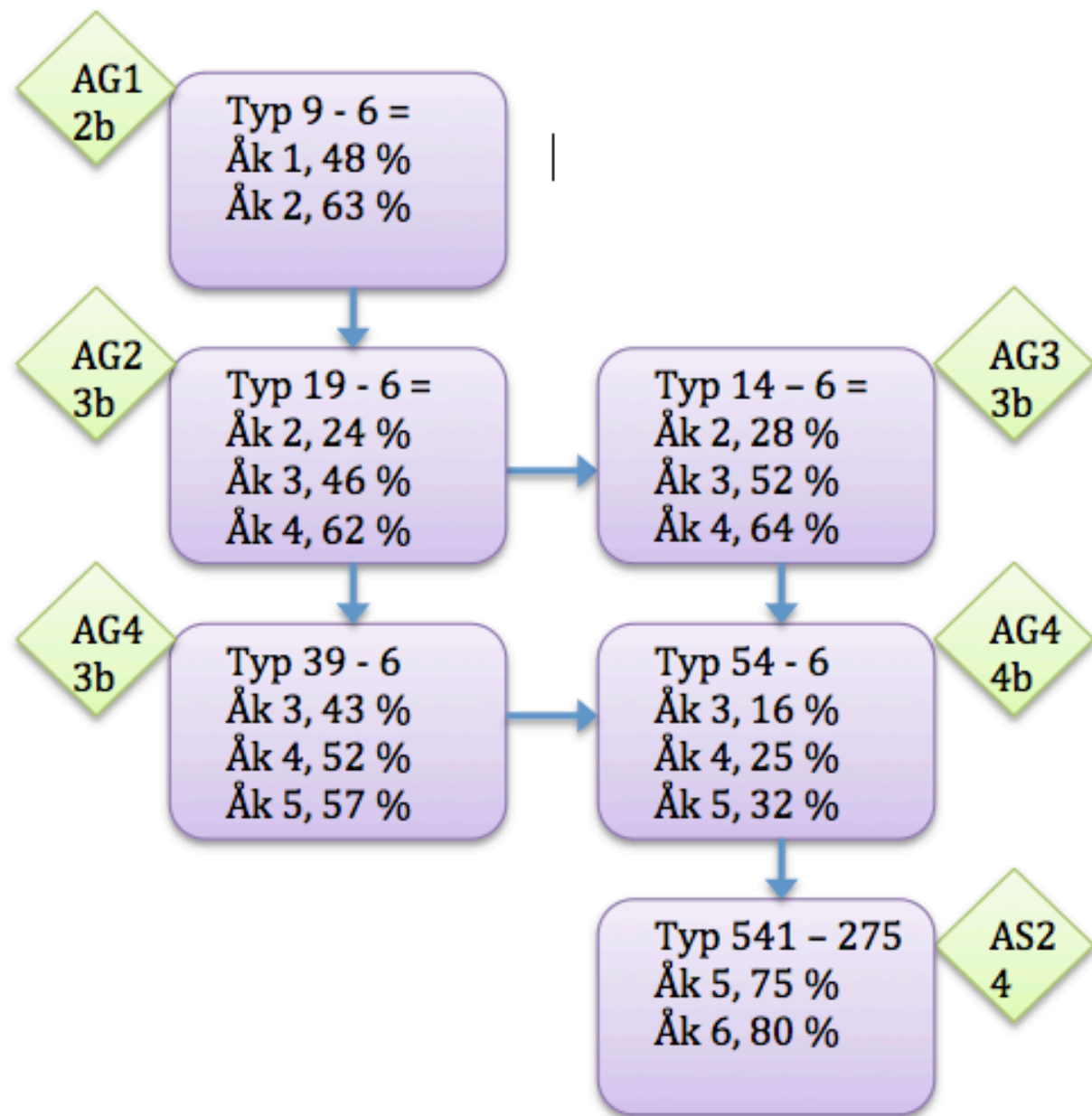
$19 - 4 + _$

$17 - 14 + _$

Grundläggande subtraktion

Matematik handlar till stor del om att se generella mönster och strukturer i det man studerar.

Generalisering och fördjupning av kunskaper



DIAGNOS AG6

Namn _____ Klass _____

1a		1b	
$2 \cdot 7 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 2 = \underline{\quad}$	$4 \cdot 5 = \underline{\quad}$	$7 \cdot 4 = \underline{\quad}$
$2 \cdot 5 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 2 = \underline{\quad}$	$4 \cdot 8 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 4 = \underline{\quad}$
$2 \cdot 8 = \underline{\quad}$	$4 \cdot 2 = \underline{\quad}$	$4 \cdot 4 = \underline{\quad}$	$4 \cdot 6 = \underline{\quad}$

2a		2b	
$3 \cdot 5 = \underline{\quad}$	$8 \cdot 3 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 3 = \underline{\quad}$	$7 \cdot 6 = \underline{\quad}$
$3 \cdot 7 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 3 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 9 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 6 = \underline{\quad}$
$3 \cdot 4 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 3 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 4 = \underline{\quad}$	$8 \cdot 6 = \underline{\quad}$

3a		3b	
$5 \cdot 4 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 5 = \underline{\quad}$	$7 \cdot 8 = \underline{\quad}$	$8 \cdot 9 = \underline{\quad}$
$5 \cdot 9 = \underline{\quad}$	$8 \cdot 5 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 9 = \underline{\quad}$	$7 \cdot 7 = \underline{\quad}$
$5 \cdot 3 = \underline{\quad}$	$5 \cdot 5 = \underline{\quad}$	$8 \cdot 8 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 7 = \underline{\quad}$

DIAGNOS AG7

Namn _____ Klass _____

1a		1b	
$2 \cdot 8 + 3 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 4 + 2 = \underline{\quad}$	$7 \cdot 4 + 5 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 3 + 6 = \underline{\quad}$
$8 \cdot 3 + 5 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 9 + 4 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 8 + 4 = \underline{\quad}$	$7 \cdot 7 + 4 = \underline{\quad}$
$7 \cdot 8 + 3 = \underline{\quad}$	$9 \cdot 7 + 6 = \underline{\quad}$	$3 \cdot 6 + 8 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 6 + 7 = \underline{\quad}$

2a		2b	
$3 \cdot 50 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 30 = \underline{\quad}$	$6 \cdot 80 = \underline{\quad}$	$7 \cdot 60 = \underline{\quad}$
$30 \cdot 4 = \underline{\quad}$	$40 \cdot 5 = \underline{\quad}$	$60 \cdot 9 = \underline{\quad}$	$80 \cdot 6 = \underline{\quad}$
$3 \cdot 80 = \underline{\quad}$	$90 \cdot 3 = \underline{\quad}$	$7 \cdot 70 = \underline{\quad}$	$90 \cdot 8 = \underline{\quad}$

3a		3b	
$2 \cdot \underline{\quad} = 18$	$4 \cdot \underline{\quad} = 32$	$7 \cdot \underline{\quad} = 42$	$6 \cdot \underline{\quad} = 54$
$9 \cdot \underline{\quad} = 36$	$4 \cdot \underline{\quad} = 28$	$9 \cdot \underline{\quad} = 54$	$7 \cdot \underline{\quad} = 49$
$8 \cdot \underline{\quad} = 24$	$5 \cdot \underline{\quad} = 40$	$8 \cdot \underline{\quad} = 72$	$9 \cdot \underline{\quad} = 63$

Multiplikation

Typ 7*4		Typ 8*3	
Årskurs 3	55%	Årskurs 3	56%
Årskurs 4	64%	Årskurs 4	62%
Årskurs 5	75%	Årskurs 5	78%

Typ 8*6		Typ 7*8	
Årskurs 3	24%	Årskurs 3	12%
Årskurs 4	34%	Årskurs 4	23%
Årskurs 5	57%	Årskurs 5	43%

Typ 8*3+5		Typ 7*8+6	
Årskurs 5	48%	Årskurs 5	42%
Årskurs 6	55%	Årskurs 6	51%

Typ Uppställningar	
Årskurs 6	54%
Årskurs 7	51%
Årskurs 8	51%

Multiplikationskombinationer

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Strategier att tänka

Dubbelt

$$2 \cdot 6 = 6 + 6 = 12$$

Dubbelt dubbelt

$$4 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 6 = 2 \cdot 12$$

Distributiva lagen

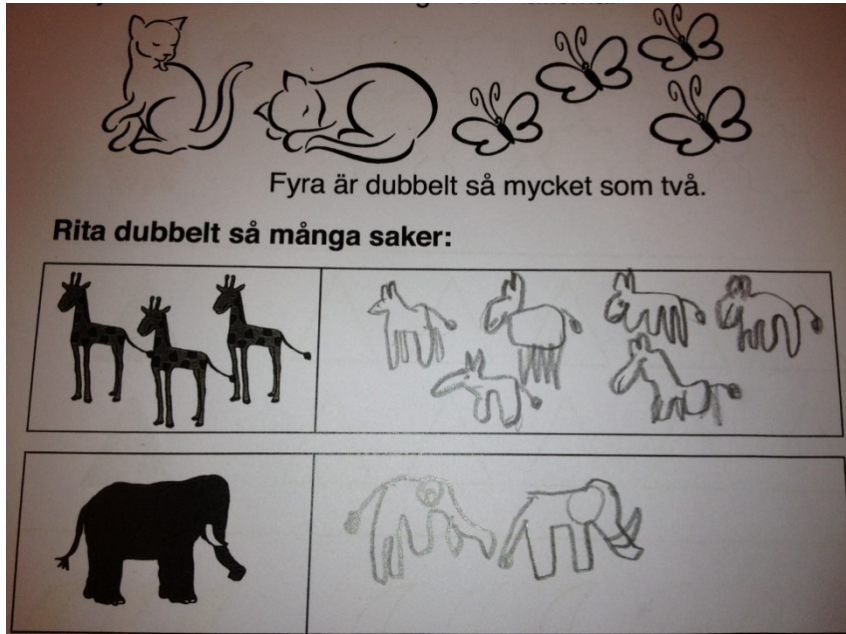
$$3 \cdot 6 = (1 + 2) \cdot 6 = 1 \cdot 6 + 2 \cdot 6$$

Uppdelning av termer

$$6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 6 =$$

Osv.....

Dubbelt



Tvåans multiplikationstabell

Dubbelt 2 $2 + 2$ $2 \cdot 2$

Dubbelt 3 $3 + 3$ $2 \cdot 3$

Dubbelt 4 $4 + 4$ $2 \cdot 4$

Dubbelt 5 $5 + 5$ $2 \cdot 5$

OSV.....

Ella räknar, vt åk 1

E: Jag kan räkna multiplikation.

L: Vad är $2 \cdot 3$

E: 6

L: Men vad är $3 \cdot 2$

E: 6 så klart

L: Det spelar ju ingen roll i vilken ordning siffrorna står. Vad är $3 \cdot 5$?

E: Det är 15, och $5 \cdot 3$ är ju också 15

E: Fråga mej om något annat, $3 \cdot 24$

L: Ja, vet du vad det blir?

E:72, blir det de?

L: Ja, hur tänkte du?

E: Som du sa att två gånger är dubbelt och sedan la jag till 25. Alltså jag tänkte 25 först och sedan tog jag bort 3.

L: Vad blir då $4 \cdot 24$

E:(funderar länge)

L: Du vet ju vad $2 \cdot 25$ är och 4 gånger blir ju dubbelt så mycket som 2 gånger.

E: Nej, vad menar du?

L: 4 är ju $2 + 2$ alltså dubbelt så mycket som 2 gånger.

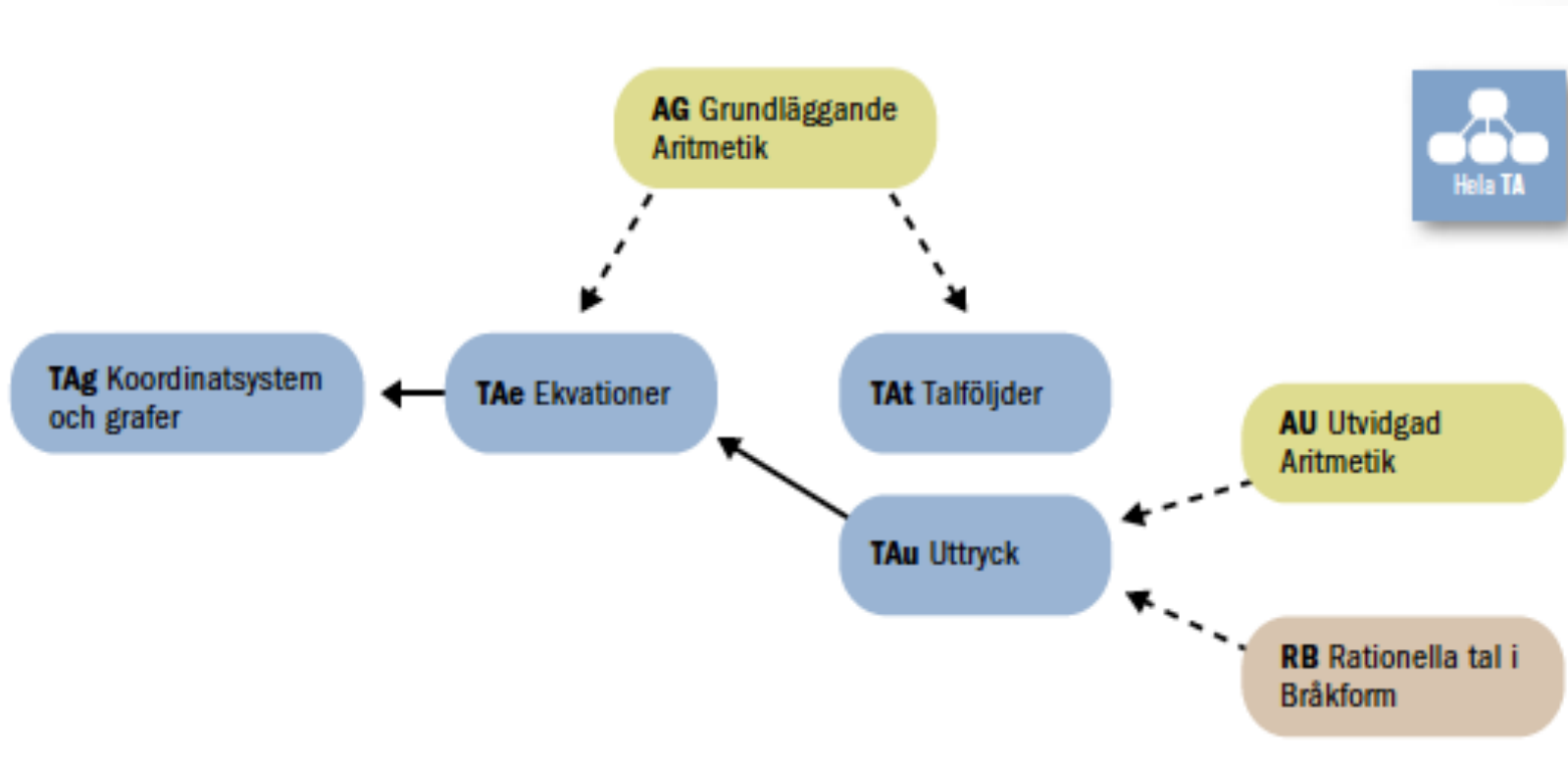
E: Jaha då är $4 \cdot 25$, 100 och du blir det 96.

L: Javisst!

E: Då blir $8 \cdot 25$, 200 och då vet jag vad $8 \cdot 24$ de blir....., jag ska ta bort 8, 192? Stämmer det?

L: Visst!!!!

Område, Talmönster och Algebra



Delområde, Ekvationer

Centralt innehåll

I årskurs 4 – 6

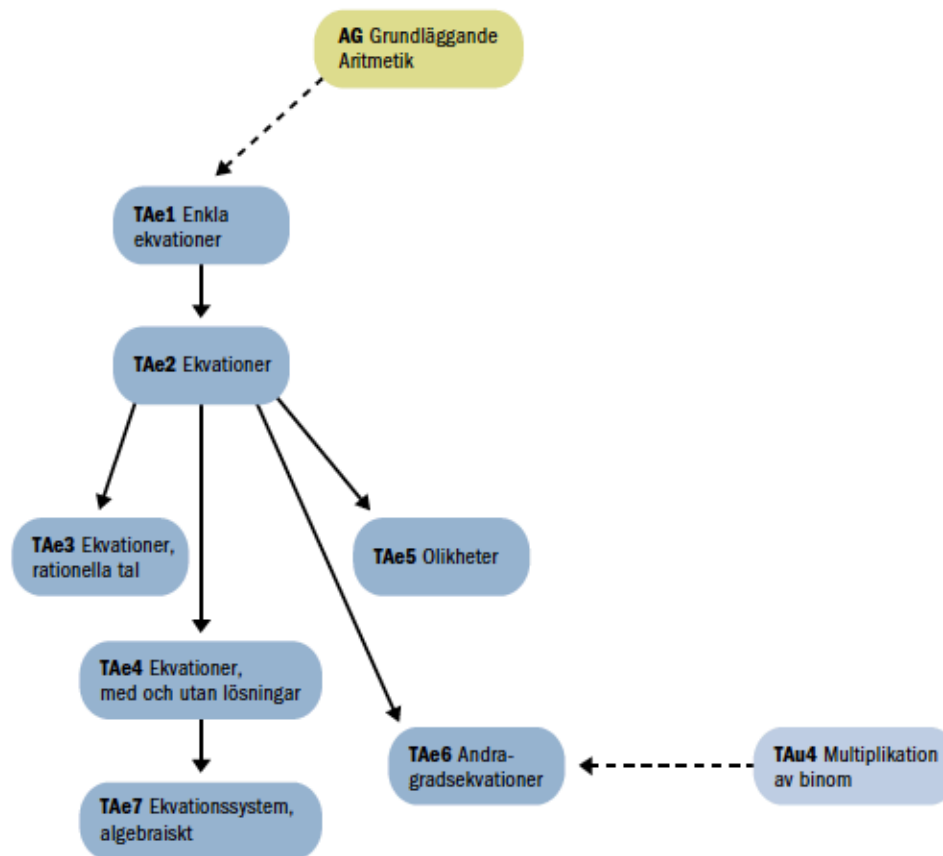
...ekvationer i situationer som är relevanta för eleven

I årskurs 7 – 9

...ekvationer

...ekvationer i situationer som är relevanta för eleven

Metoder för ekvationslösning



Resultatblankett



Ränta | DIAGNOS RP7

Elev	Uppgift nr	1	2	3	4	5	6	7	Kommentarer
	A	X	X	X	X	X	X	X	
	B	X	0	X	0	0	0	0	
	C	X	X	X	X	X	X	0	
	D	X	X	X	X	X	0	0	
	E	X	X	X	X	X	X	0	
	F	0	X	X	X	X	0	X	
	G	X	0	0	X	0	0	0	
	OSV.								

Underlag för kompletterande undervisning på såväl individnivå som gruppnivå

Utvecklingschema A. Aritmetik

Namn _____ Klass _____

Skola _____ Läsar _____



Utvecklingsschema AG1. Grundläggande addition och subtraktion

Namn _____ Klass _____

Skola _____ Läsar _____

AG1. Talområdet 0-9



Frågor för läraren att besvara vid planering inför en lektion eller en svit av lektioner

- Vad ska du undervisa om nästa lektion/område?
- Vilka mål har du för elevens lärande?
- Vad behöver eleven ha förstått för att ha möjlighet att förstå det du avser?
- Hur vet du om eleven har dessa kunskaper?
- Vilken/Vilka förklaringsmodell/er kommer du att använda för att beskriva innehållet (begreppet, modellen, metoden)?
- Vilka uppgifter avser du att använda i undervisningen? (kvalitet, sekvensering etc.)
- Hur kommer du att individualisera undervisningen?
- Vilket arbetssätt är lämpligt för att behandla det aktuella innehållet?
- Hur vet du att eleverna efter lektionen/lektionerna har nått målet?

Vad innebär det att behärska.....?

Vad innebär det att behärska subtraktion?

Vad innebär det att behärska ekvationslösning?

Vad innebär det att behärska potenser?

Vad innebär det att behärska kvadratrötter?

Individens ämneskunskaper i olika situation

Vad innebär det att behärska subtraktion?

Att känna igen olika subtraktionssituationer.

- automatiserad kunskap, som innebär att du i vardagen direkt kan identifiera olika subtraktionssituationer.
- Förtrogenhetskunskap: Att kunna finna en lösning i okända situationer. Att kunna använda matematiska modeller.
- Förstå samspelet mellan subtraktion och addition

Förmåga att utföra beräkningar

- I huvudet, med skriftlig metod och med miniräknare
- En förutsättning för att kunna utföra beräkningar är att man har goda tabellkunskaper och en bra taluppfattning.

Vad innebär det för en lärare att behärska subtraktionens didaktik?

Hur tar man ett lärarperspektiv på subtraktion? Man måste kunna.....

Subtraktionens idé.

Ta bort, lägga till och jämföra. Teori som förklarar verkligheten.

Grundläggande subtraktionsoperationer.

Du skall applicera dessa idéer på olika sätt. Räkna uppåt på olika sätt, räkna nedåt till delen resp. återstoden på olika sätt.

Detta kräver

- en *struktur* t.ex. "triangelns" 200 kombinationer och tals uppdelning i termer $7 - 3$, $17 - 3$, $17 - 13$,
- *tankeformer* för 6-1, 6-2 grannen och grannens granne och lämpliga
- *konkretiseringar*, t.ex. ålder
- *färdighetsträning*, winnetkakort, problemlösning, ålder, affär, pilkastning

Tabellkunskaperna är under de första skolåren objektet för inläring. Hela regelverket för fortsatt generalisering finns i strukturerna för grundläggande subtraktion.

Huvudräkning. Många olika sätt att tänka men alla bygger på de vanliga räknelagarna. Ibland räcker inte huvudet till då måste man göra stödanteckningar *algoritmer*.

Det finns många olika sätt att tänka och bokföra vid algoritmräkning. *Nu är tabellkunskaperna en förkunskap.*

Viktig lärarkunskap är att känna till

- olika metoder för såväl huvudräkning och algoritmräkning
- vilka förkunskaper dessa olika metoder kräver
- hur man konkretiserar en metod
- ha förmåga att välja den metod som lämpar sig bäst med avseende på individ och situation
- att ha ett språk för att kommunicera ett innehåll såväl formellt som informellt
- förstå samspelet mellan subtraktion och addition
- behärska räknelagar och räkneregler för naturliga tal

Dessa kunskaper skall vara av sådant slag att de senare kan generaliseras till hela tal (negativa tal), rationella tal

-

Det är viktigt att tala matematik – men om vad?

- att $6 + 1 = 7$ eftersom 7 är talet efter 6
- att $1 + 6 = 6 + 1$ (kommutativitet)
- att $58 - 57 = 1$ eftersom talen är grannar
- att $98 + 63 + 2 = 98 + 2 + 63$ (kommutativitet)

- att $25 \cdot 28 = 25 \cdot 4 \cdot 7$ (associativitet)
- att $2 \cdot 7 = 2 \cdot (5 + 2) = 10 + 4$ (distributivitet)
- att $4 \cdot 49 = 4 \cdot (50 - 1) = 200 - 4$
- att $424 / 4 = 106$ och inte 16 ($424 = 400 + 24$)

Matematikens speciella fackspråk är ett viktigt, och för många elever kanske helt avgörande, filter för möjligheterna att lära matematik

- Det språk som används under en matematiklektion är mycket speciellt, med ord och uttryck som har en helt annan precision och betydelse än liknande ord i vardagsspråket eller är helt speciella ämnesord. En utmaning för lärare är att med hjälp av konkretisering och metaforer bygga en bro mellan elevernas vardag och matematikens komplexa innehåll. Detta ställer krav på såväl goda ämneskunskaper som förmåga att använda ett adekvat språk.

Att kunna ta ett *läraryperspektiv* i förhållande till skolämnet matematik

Läraren måste kunna ta en annan människas perspektiv. Det räcker då inte med att själv har förstått något. Kan det förstås på andra sätt? Vilka förkunskaper och erfarenheter behövs för att förstå ett innehåll på olika nivåer och sätt?

Läraren måste ha ett språk som fungerar, inte bara för att förklara något eller för att lösa ett problem på ett formellt sätt. Språket måste också fungera för att konkretisera eller verklighetsanpassa det som skall förklaras så att eleven via konkretiseringen förstår matematiken.

Läraren måste oavsett med vilken åldersgrupp elever hon/han arbetar känna till såväl innehållet som didaktiken för andra åldersgrupper. Detta för att skapa den kontinuitet som krävs för eleven att bygga upp och strukturera sina matematikkunskaper.

Matematikens språk är ett exempel på en genrer inom språk eller ett ämnesspråk

Det är ett vetenskapligt språk där såväl termer som ett speciellt skriftspråk är avgörande för att tolka och kommunicera ett innehåll. Man talar om Matematikens register.

Ett av målen med skolans matematikundervisning är att eleven ska förstå vikten av att behärska matematikens uttrycksformer för att kommunicera.

Det är viktigt att lärare i de tidigare årskurserna förstå språkets och konkretiseringens betydelse inom den grundläggande matematikundervisningen

Med tanke på elever med invandrarbakgrund bör det i skolan uppmärksammas att det finns kulturella skillnader som råder i vardagen och i skolan avseende t.ex. talens uppbyggnad och undervisningsspråket.

Matematikens språkliga dimensioner

Pimm (1987) skriver:

Part of learning mathematics is learning to speak like a mathematician, that is, acquiring control over the mathematics register.

Analysinstrument för klassrumsspråket

Två huvudkategorier:

- Det *reglerande* språket, med vilket vi menar det språk som används för social kontroll av arbetet i klassrummet t.ex. tillsägelser, frånvarokontroll, etc.
- Det *undervisande* språket, som används i inlärningsyfte, t ex för att demonstrera, förklara och exemplifiera matematiska sammanhang.

Fokus är undervisningsspråket och undervisningens innehåll :

- *Formellt undervisningsspråk*, som i sin tur delas upp i
 - Beskrivande (algoritmiskt) språk* och
 - Förklarande språk*
- *Informellt undervisningsspråk*, som delas upp i
 - Tillämpande (vardagsanknutet) språk*
 - Laborativt (manipulativt) språk.*

Tal i bråk- och decimalform

- Beräkna $\frac{1}{4}$ av 0,16
- Tänker man "noll komma sexton" så blir svaret ofta 0,4
- Tänker man däremot "sexton hundradelar" så blir svaret fyra hundradelar alltså 0,04

Att läsa tal i decimalform

Under en och samma lektion lästes talet 2,385 som

- Två komma tre åtta fem
- Två komma trehundraåttiofem
- Två hela och trehundraåttiofem tusendelar

Jämför detta med vilket tal som är störst
2,9 eller 2,10

Analysera matematikämnetts innehåll ur en språklig aspekt

- Vilka specifika ord och begrepp inom matematiken ska eleverna utveckla?
- Vari består ämnetts språkliga utmaningar.
- Hur använder vi språket inom matematiken/ämnet?
- Vad innebär språkfärdighet inom matematik/ämnet? Hur erövrar en elev detta?

Hur språk och kunskapsutveckling hänger ihop

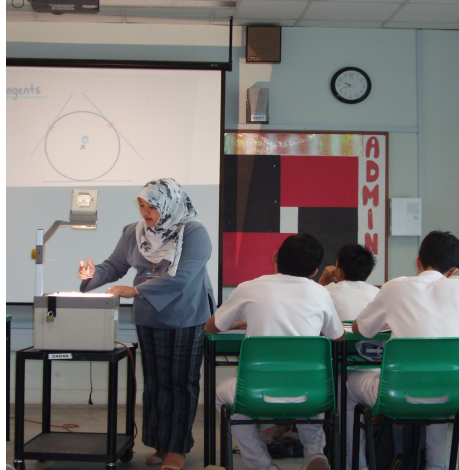
Utveckling av inre psykologiska funktioner sker utifrån sociala funktioner.

Social interaktion som grund för kognitiv utveckling

Dialog → Monolog → Tänkande

“All the higher functions originate as actual relationships between individuals.” (Vygotsky (1978)).

Hur språket kommer in i klassrummet, samtalsstyper, språk i texter



En meningsfull kommunikation i matematik förutsätter att lärare och elever behärskar ett adekvat språk för ämnet.

Kommunikationen i skolan förekommer på fyra nivåer.

- En inre kommunikation, t.ex. vid problemlösning
- Kommunikation med ett undervisningsmaterial
- Kommunikation med läraren
- Kommunikation med kamrater – t.ex. vid arbete i grupp

För nyanlända / invandrade - elever ... är tolkning ett centralt begrepp

Hjärnan arbetar under ett ständigt högtryck för att tolka signalerna och budskapen, och ändå blir mycket oförklarat. Man vet inte om man förstått det någon säger, för man vet inte vad det är man borde eller skulle förstå.
(Wellros, 1998)

Detta kan säker gälla även när elever lär matematik.

Vad är det som sker i ämnesundervisningen?

Om vi tittar på det ur ett andraspråksperspektiv och kopplar dessa observationer till teori så kan vi säga att:

- Lärarna litar på att ett *begripligt inflöde räcker för att lära sig ett nytt språk och nya begrepp.*
- Lärarna ger inte eleverna tillfälle att *själva producera nya språkliga element genom att tala och skriva.*
- Detta i sin tur leder till att det inte heller finns tillfälle att *ge eleverna återkoppling på hur de formulerat sig så att de kan förbättra sitt språk och ställa upp nya hypoteser.*

När är vi "språk"lärare - Vad säger forskningen?

Effektiva lärare jobbar språkutvecklande i alla ämnen:

- --- främjar att nytt ämnesinnehåll blir begripligt - kontextualiserar, anknyter till individens språk
- --- främjar att eleverna diskuterar begrepp och begreppsrelationer
- --- organiserar så att de hör eller läser elevernas formuleringar (vardagligt? skolspråk?)
- --- bjuder feedback/stöttning för användning av nya begrepp och formuleringar

teoretisk bas: Brinton, Snow, Wesche 1993/2004

Matematikkunnade

- **Talspråk:** Hur långt är det till ...? Hur bred är vägen? Hur högt är huset?
- **Formaliserat språk:** Vilken längd har...? Vilken är vägens bredd? Vilken höjd har huset?
- Ofta tar man ytterligare ett steg mot abstraktion och uttrycker relationer mellan olika begrepp **i formler**. Till exempel $A = l \cdot b$ och $V = l \cdot b \cdot H$.
- En elev som inte har förstått den **elementära grammatiken** för det matematiska formelspråket, kan inte utläsa uttryck som $3(2+5)$ eller πr^2 och har därmed ingen chans att göra ens de enklaste räkneuppgifter
- Matematiskt **fackspråk:** produkt, dividera, funktion, kontinuerlig, bråk, relation, ben, volym, tal, ... etc. har inom matematiken betydelser som kan skilja sig från allmänspråket

Matematiska ord och begrepp

- När man till exempel skall visa att en triangel har vinkelsumman 180° , betyder inte *en* triangel *en enda* triangel eller *en speciell* triangel utan *en godtycklig* triangel det vill säga i det här fallet *alla* trianglar. Ett annat exempel är kuben som har *sex sidoytor*. Varje sådan sidoyta har formen av en kvadrat som i sin tur har *fyra sidor*. Dessa sidor är i sin tur *kanter* i kuben.

En godtycklig punkt på grafen ... betyder inte att man kan välja punkten godtyckligt. Det betyder alla punkter på grafen.

Inom ämnena - en nedåtgående spiral:

Naturlig tendens verkar vara:

- Minska antalet svåra ord
- Förenkla texter, förkorta texter, förklara själv, använda 'light versions'
- Fokusera på fakta snarare än på djup förståelse (lägre förväntningar?)
- Begränsa interaktion, undvika elevers bristande formuleringar i tal och skrift
- Individuellt arbete i stället för gemensam interaktion

Hur planerar man en språkinriktade undervisning inom matematikämnet?

Skolbokstexter och uppgifter: matematiska begrepp diskuteras i klassrummet så att *inflödet blir begripligt*
Svåra ord och begrepp identifieras och förklaras.

Läraren främjar aktivt deltagande i en *interaktion*,
både gruppsamtal och individuella kontakter

Läraren ger *återkoppling på språkets former*, sättet att uttrycka sig, *och på innehållet*. Detta bör integreras i lektionens planering.

Feedback to "keep learning on track"

- En av de viktigaste aspekterna för formativ bedömning är att ge feedback till eleverna utgående från uppställda mål och i relation till deras prestationer. Relationen mellan feedback och målrelaterade utmaningar är komplex.
- Allt för sällan blir feedbacken relaterad till kritiska moment av de innehållsliga målen
- Det är främst uppgiftsrelaterad feedback som visat sig vara avgörande för inre motivation. Feedback på uppgiftsnivå är också mest effektiv om den inte är för specifik utan ger kunskap som kan användas utöver den aktuella uppgiften.
- Feedback på personlig nivå, värderande feedback till eleven alltså beröm på personnivå, utan koppling till själva uppgiften eller innehållet, är den typ av feedback som har minst effekt på lärandet. (Hattie & Timperley, 2007)

AKUT – gruppen

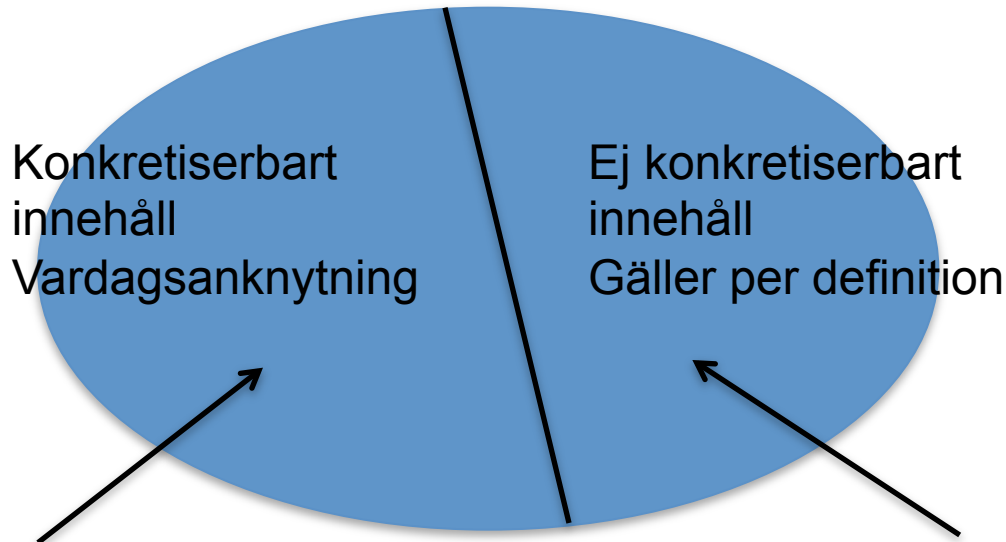
Forskningsgruppen för
Alysis, **K**unskapsuppföljning och **U**Tvärdering av
matematikkunskaper

Madeleine.Lowing@ped.gu.se

Madeleine Löwing, Marie Fredriksson, Christian Bennet och Susanne Frisk

All matematik kan inte konkretiseras

Skolmatematiken i kursplanen Lgr11 kan ses på följande sätt



När man skall förklara matematiska begrepp och metoder räcker inte alltid fantasin och språket till. I sådana fall måste man som lärare konkretisera. Det som kan konkretiseras bör givetvis konkretiseras men en hel del matematik gäller per definition

Ämnesprov åk 3

Uppgifterna är av typen:

1.) $10 + 7$, $19 - 15$ och
 $5 + \underline{\quad} = 18$, alltså additioner,
subtraktioner och öppna
utsagor utan tiotalsövergång

2.) $8 + 7$, $12 - 7$ och
 $\underline{\quad} + 9 = 15$, alltså additioner,
subtraktioner och öppna
utsagor med tiotalsövergång.

3.) Generaliserade additioner
och subtraktioner såsom
 $120 - \underline{\quad} = 40$ och $500 + 400$

- Kommentarer till uppgift 1-3:

Ett felsvar kan anses godtagbart om det är uppenbart att eleven använt fel räknesätt i någon enstaka uppgift. Eleven bör då muntligt kunna rätta till felet. ...

Om eleven skriver i 1c) $17=14+\underline{31}$ eller 1f) $14-\underline{24}=10$ kan det tyda på brister i förståelsen av likhetstecknets innebörd. ... Då detta delprov prövar huvudräkning och inte likhetstecknets betydelse ska du i fall som detta påpeka för eleven vad som avses. Om eleven då ger ett godtagbart svar ska detta anses godtagbart.