

Positivt om negativa tal

Forskningsvåren 18 mars 2014

Dokumentation: pedagogdirekt.se



Syfte

- Tillgängliggöra forskning och beprövad erfarenhet
- Pröva och ompröva egna och andras metoder och modeller



Innehåll

- Historik & definitioner
- Cecilia Kilhamn
- Ingvar O Persson
- Learning Study-erfarenheter



Hur möjliggör du för eleverna att förstå...

$$3 - 5 =$$

$$3 - (-5) =$$



Begrepp

-3 (-3) -3

”Minustecken”

- Subtraktionstecken
- Signum för negativa tal

”Minus tre minus minus tre”

$$(-3) - (-3) =$$

minuend – subtrahend = differens



Fler begrepp

- Kardinaltal
- Ordinaltal
- Ordningstal



8 56

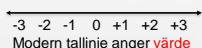


Ännu fler begrepp

Tal utan tecken: endast en storlek, **värde** och **magnitud** smälter samman.

Tal med tecken har två storlekar:

- **Värde** (knutet till ordning)
- **Magnitud** (absolutbelopp, mängd)



Är skulden större om jag har -7 eller -5?

Historik

$$\frac{1}{-1} = \frac{-1}{1} =$$



Elevens svårigheter liknar historiska problem. Bättre kunskap om matematikhistoria!

Hur kan elever lära...

$$3 - 5 = \quad 3 - (-5) =$$

Tankemodeller

- underlätta för att förstå och inse
- vara utvecklingsbar
- vara användbar i alla tänkbara fall



Utför alla subtraktioner med samma modell

- $12 - 6 =$
- $12 - (-6) =$
- $(-12) - 6 =$
- $(-12) - (-6) =$
- $6 - 12 =$
- $6 - (-12) =$
- $(-6) - 12 =$
- $(-6) - (-12) =$

Cecilia Kilhamn

Making sense of negative numbers

- Doktorerade 2011, GU
- Följt en klass från år 6 till år 9
- Utveckling i taluppfattning när talområdet omfattar både positiva och negativa tal
- Metaforer
- Språk



Taluppfattning

Inför mötet med negativa tal:

- kunna se 0 som ett tal (inte enbart en representation av ingenting)
- förstå hur subtraktion fungerar
- kunna hantera tallinjen

"Tallinje" elever åk 6

Handwritten work showing a number line and a subtraction problem: $153 - 3 = 150$. Below it, a number line from 1 to 10 with tick marks.

Tallinjen

Pinnarna och mellanrummen
Platser, sträckor, rörelser

Skillnad på tallinjen en sträcka

- Vad är skillnaden?
- Hur långt är det mellan talen i uppgiften?

Om minuenden < subtrahenden?
 $2 - 5 = -3$
 $(-2) - 5 = -7$
 Ingen berättar!

$5 - (-2) = 7$

"Ovilja att acceptera negativa tal hör ihop med vår önskan att konkretisera det abstrakta."

$(-3) - (-8) = \underline{\quad}$

Kontomodellen:

Ingående saldo: +200	Ingående saldo: +200
present +500	present +500
köpa tröja -800	köpa tröja -800
vinst +400	köpte lott -200
Utgående saldo: +300	Utgående saldo: -300

$(+300) - (-800) = (+1100)$
 $(+300) + 800 = (+1100)$

Alltså: $-(-800)$ och $+800$ ger samma värdeförändring

Alltså: $x - (-800) = x + 800$
 oavsett x: $-(-800) = +800$
 oavsett belopp: $-(-y) = +y$

Regel:
 Subtraktion av ett tal ger samma värde som en addition av det motsatta

Subtraktion som uppräknings från delen

Subtraktion ses som en addition med en obekant
 $100 - 97 = x$ ses som additionen $97 + x = 100$

$7 - 4 = \underline{\quad}$ $4 + \underline{\quad} = 7$ $+3$
 $3 - (-2) = \underline{\quad}$ $(-2) + \underline{\quad} = 3$ $+5$
 $(-9) - (-5) = \underline{\quad}$ $(-5) + \underline{\quad} = (-9)$ -4

Subtraktion som lika tillägg

• Lika tillägg: $380 - 199$

Lägg till 1 på varje term: $(380+1) - (199+1) = 381 - 200 = 181$

• Lika tillägg: $(-3) - (-8)$

Lägg till 8 på varje term: $(-3+8) - (-8+8) = 5 - 0 = 5$

• Lika tillägg: $(-8) - (-3)$

Lägg till 3 på varje term: $(-8+3) - (-3+3) = -5 - 0 = (-5)$

Regel: Vi kan lösa subtraktion genom att tillämpa lika tillägg och göra subtrahenden till "0".



Kilhamns 7 goda råd...

1. Problematisera elevens taluppfattning
2. Arbeta medvetet med tallinjen – tidigt!
3. Klargör skillnaden mellan ett tals magnitud (absolutbelopp) och dess värde
4. Använd begreppen negativt tal och positivt tal – subtrahera istället för att minusa / ta minus
5. Säg inte "minus minus blir plus" utan troliggör i stället att motsatt operation med motsatt tal ger samma värde
6. När du ger eleven en metafor eller tankemodell, var då också tydlig med vilka begränsningar den har
7. Våga ta steget in i matematikens värld – tala om tal som egna objekt med egna egenskaper



Ingvar O Persson, modell 1



värde 1 värde (-1)

De kan illustrera motsatta tal tillsammans har de värdet "noll" $1 + (-1) = 0$

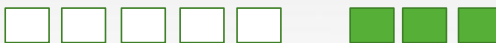


värde 3 värde (-3)

3 och (-3) har tillsammans värdet "noll" $3 + (-3) = 0$



$$(-5) + 3 =$$



lägg ihop

"addera noll"



föremålen i rutan har värdet $(-3) + 3 = 0$

summan är (-2)



$$(-2) - (-5) =$$



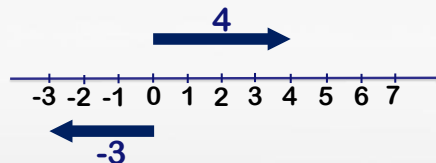
"addera noll"

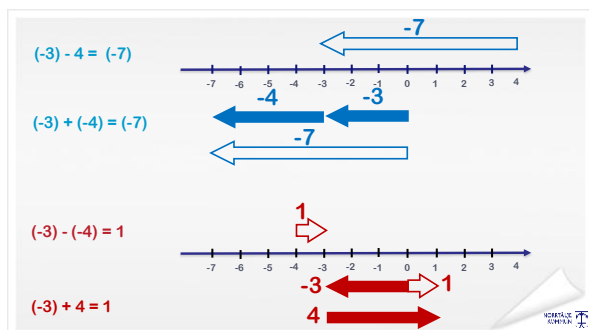


värdet av återstoden visar sig vara -2





Ingvars modell 2





Dagens modeller

- Kontomodellen
- Subtraktion som uppräknig av delen $7 - 4 = _ : 4 + _ = 7$
- Subtraktion som lika tillägg $(-3) - (-8) =$
 $5 - 0 =$
- Ingvar O P modell 1 
- Ingvar O P modell 2 

Länkar

[Cecilia Kilhamn](#)

[Making sense of negative numbers](#)

Ingvar O Persson

- Del 1: http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/2527_07_2.pdf
- Del 2: http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/4447_07_3.pdf

Tack!

Charlotta Andersson

charlotta.andersson@norrtafje.se

0739 62 32 52

@TranvikL8

Jane Tuominen

jane.tuominen@norrtafje.se

0739 62 32 50

@jane_tuominen